



NOMBRE:.....

EJERCICIO 1. Una región de Andalucía está dividida en tres zonas: olivar, monte y campiña. Mediante cierto estudio se ha determinado que cada año un 5% del olivar se convierte en monte y otro 5% en campiña. De las tierras de monte, un 10% pasa a ser olivar y un 5% en campiña. Por último, de la tierra de campiña, un 15% se convierte en olivar y un 10% en monte.

- Escribir un modelo dinámico discreto matricial y estimar el porcentaje de tierra dedicada a cada tipo a largo plazo.

EJERCICIO 2. Sea una población de animales (con el mismo número de machos que de hembras) que se encuentra dividida en tres clases de edad de un año de duración. Se sabe que un 12% de las nacidas en un año pasan a medianas al año siguiente y que un 54% de medianas sobrevivirán al año siguiente. Cada hembra mediana produce dos hembras jóvenes cada año.

1. Si en la actualidad tenemos 3 hembras jóvenes, 4 medianas y 5 adultas, ¿cuál será la distribución de hembras después de tres años.
2. Transcurridos unos años, determina en que tanto por ciento crecerá o decrecerá anualmente la población de hembras
3. Determina cuál debe ser el tanto por ciento de supervivencia de las hembras jóvenes para que la población se mantenga estable.

EJERCICIO 3. Sea y_t una población de conejos y z_t una población de zorros en un mes cualquiera t . Se sabe que la evolución de ambas poblaciones viene determinada por los sistemas dinámicos discretos $y_{t+1} = f(y_t)$ y $z_{t+1} = h(z_t)$ representados en la Figura 1

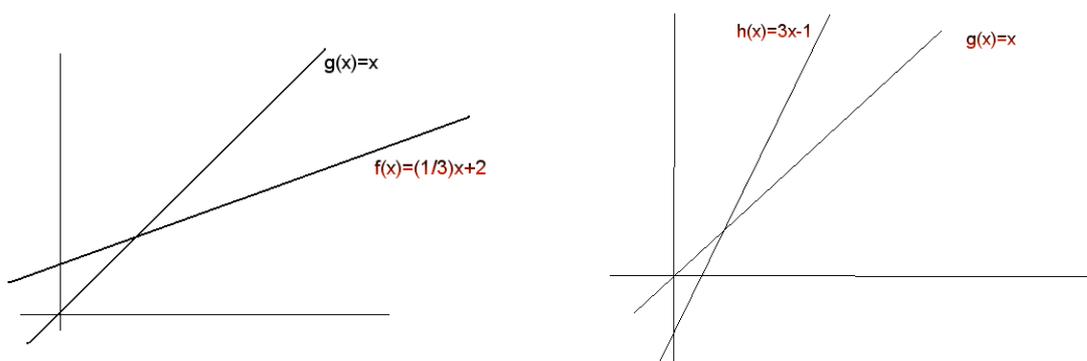


Figura 1

1. Calcular la población de zorros en el cuarto mes sabiendo que $z_5 = 122$ zorros.

2. Calcular la población de conejos en el quinto mes sabiendo que $y_2 = 2$ conejos.
3. ¿Qué puedes decir sobre la evolución de ambas poblaciones?

EJERCICIO 4. Sea y_t el número de individuos de una determinada especie de animales en el tiempo t . Sabiendo que su evolución sigue una relación de la forma,

$$y_{t+2} - y_{t+1} = \frac{1}{3}(y_{t+1} - y_t) + \left(\frac{1}{3}\right)^t, \quad t = 0, 1, 2, \dots,$$

Encontrar la solución general ¿Desaparecerá la población a largo plazo?

EJERCICIO 5. Se sabe que un material radiactivo decae a una velocidad proporcional a la raíz cúbica del cuadrado de la cantidad de materia presente. Un bloque de este material tiene inicialmente una masa de 1 gramo. Al ser observado después de 24 horas ha experimentado una reducción de masa del 90%. Encontrar una fórmula para la masa del cuerpo en un tiempo cualquiera. Calcular también el intervalo de tiempo que debe transcurrir para que el bloque decaiga a la mitad de su masa original.

EJERCICIO 6. Supongamos una población $y(t)$ de bacterias en un cultivo al tiempo t cambia a una razón proporcional a $y^2(t) - y(t)$.

1. Sea k la constante de proporcionalidad. Escribir una ecuación diferencial para $y(t)$ y obtener su solución general.
2. Encontrar la solución particular sabiendo que inicialmente el número de bacterias era de 1000.
3. Determinar la constante k suponiendo además que hay 100 bacterias en $t = 5$ horas.
4. Encontrar la población “a largo plazo”

EJERCICIO 7. Un estanque industrial de 100 m^3 está lleno de agua pura. Agua contaminada conteniendo un tóxico con una concentración de 0.0002 Kg/m^3 está entrando en el estanque a un ritmo de $0.5 \text{ m}^3/\text{minuto}$. La mezcla una vez que está bien mezclada sale del estanque a una tasa de $0.5 \text{ m}^3/\text{minuto}$.

1. Escribir la ecuación diferencial que modeliza a esta situación para encontrar el punto de equilibrio y analizar su estabilidad.
2. Si la mezcla una vez que está bien mezclada sale del estanque a una tasa de $0.6 \text{ m}^3/\text{minuto}$, ¿cuál es la concentración de tóxico para una minuto cualquiera t .

EJERCICIO 8. Se sabe por observaciones experimentales que, con suficiente precisión, la temperatura de la superficie de un objeto cambia con velocidad que es proporcional a la diferencia entre la propia temperatura y la temperatura ambiente.

1. Encuentra y resuelve la ecuación diferencial que modeliza a esta situación
2. Se calienta una pieza de metal a una temperatura de 60 grados, un minuto más tarde se ha enfriado a 55 grados en una habitación a 25 grados. ¿Cuánto hay que esperar para que la temperatura baje a 30 grados?