

NOMBRE: _____

CUESTIÓN 1.- Tres embalses que denominaremos A, B y C, están conectados mediante canalizaciones. Se realizan intercambios entre ellos para ajustar los niveles de agua. Mensualmente, en el embalse A se queda el 60 % pasando un 10 % al B; del embalse B se traslada un 30 % al A y un 10 % al C. Por último, el 90 % se queda en el C y el 10 % se pasa al A. Inicialmente las reservas de agua son las siguientes, 19 Hm^3 en el pantano A, 1 Hm^3 en el B y 30 Hm^3 en el C.

1. Plantear un modelo matricial que permita calcular las reservas de cada pantano para meses sucesivos
2. Calcular las reservas disponibles durante el segundo mes
3. ¿Qué puedes decir de la distribución de las reservas de agua a “largo plazo”

CUESTIÓN 2.- En una granja se explota cierta especie animal. Para el estudio de su evolución sólo se analiza la población de hembras. Para ello se divide la población en tres grupos de edad; jóvenes: de 0 a 2 años, medianas: de 2 a 4 años y adultas: de 4 a 6 años. Se realizan recuentos de la población cada dos años, y se observa,

	% de hembras que sobreviven y pasan al siguiente grupo	número de hijas por hembra
jóvenes	90 %	1
medianas	70 %	5
adultas	0 %	2

Inicialmente hay 1000 hembras jóvenes, 3000 medianas y 2000 adultas.

1. Encontrar el número de hembras en cada uno de los grupos pasados uno o dos períodos
2. Después de “muchos períodos” tenemos 10000 hembras, ¿cuántas de ellas serán adultas?.

Nota: los valores propios de la matriz de Leslie son $\lambda_1 = -1,47$, $\lambda_2 = 2,78$, $\lambda_3 = -0,31$

CUESTIÓN 3.- En un determinado ecosistema y supuesto que sobre una población de insectos no influyen factores que modifiquen su crecimiento, se observa que,

$$y_{t+2} + y_{t+1} - 2y_t = 3, \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

donde y_t representa al número de insectos en el año t . Si inicialmente había 3 insectos y después de 1 año la población había descendido a 1, ¿cuál será la población después de 4 años?.

CUESTIÓN 4.- Supongamos el modelo discreto, representado por el siguiente sistema dinámico:

$$N_{t+1} = (N_t - 1)^3 + 1, \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

donde N_t representa al número de individuos de la población en el período t . Clasifica los puntos de equilibrio no triviales, y comprueba el resultado haciendo uso del diagrama de Cobweb.

CUESTIÓN 5.- Un cultivo bacteriano tiene una densidad de población de 100 mil organismos por centímetro cuadrado. Se observó que un cultivo que ocupaba un área de un centímetro cuadrado a las 10h. de la mañana del martes había aumentado a 3 centímetros cuadrados a las 12h de la mañana del jueves siguiente. ¿Cuántas bacterias habrá en el cultivo a las 3 de la tarde del domingo siguiente, suponiendo que la población cambia a una tasa proporcional a ella misma?. ¿Cuántas bacterias habrá el lunes próximo a las 4 de la tarde?

CUESTIÓN 6.- La ley de enfriamiento de Newton dice que la tasa a la cual se enfría un cuerpo es proporcional a la diferencia de temperatura entre el cuerpo y el medio que le rodea. La policía descubre un cadáver y para resolver el crimen es necesario determinar la hora del asesinato. El forense llega a las 12h de la mañana y de inmediato observa que la temperatura del cuerpo es de 30 grados centígrados. Espera una hora y la temperatura del cuerpo ha descendido a 29 grados centígrados. Así mismo, observa que la temperatura de la habitación es de 27 grados centígrados. Suponiendo que la temperatura de la víctima fuese normal (37 grados centígrados), determinar la hora en que se cometió el crimen.

CUESTIÓN 7.- En una ciudad de 1000 habitantes se desarrolla una enfermedad de tal manera que el ritmo con el que se propaga es directamente proporcional al producto del número de personas sanas por el número de personas enfermas.

1. Plantear y analizar cualitativamente la ecuación diferencial que modela a esta situación
2. Resolver la ecuación diferencial
3. Sabemos que inicialmente el número de personas infectadas es de 5 y que después de 3 días es de 25. ¿Cuál será el número de personas infectadas al cabo de 12 días?

CUESTIÓN 8.- Disponemos de un depósito con 200 litros de agua y 15 kilos de sal disuelta, que posee tres grifos. Por el primero de ellos entra agua salada a razón de 5 litros por minuto con una concentración de 0.25 kilos de sal por litro. Por un segundo grifo penetra agua pura a una velocidad de 3 litros por minuto. Por el tercero de los grifos se extrae agua salada a un ritmo de 11 litros por minuto. ¿Cuál será la cantidad de sal en el depósito al cabo de 10 minutos?