

NOMBRE: _____

CUESTIÓN 1.- En un determinado ecosistema y supuesto que sobre una población no influyen factores que modifiquen su crecimiento, se observa que, cada año se duplica el crecimiento del año anterior y se añaden 10 individuos de fuera. Plantear y resolver la ecuación en diferencias que modeliza la situación planteada.

CUESTIÓN 2.- Sea el modelo discreto logístico

$$N_{t+1} = 3.3N_t(1 - N_t),$$

donde N_t representa al número de individuos de la población en el período t . Clasifica el punto de equilibrio no trivial, y comprueba el resultado haciendo uso del diagrama de Cobweb.

CUESTIÓN 3.- Muchas poblaciones de insectos se rigen por el siguiente modelo

$$f(N_t) = N_{t+1} = \frac{\lambda}{\alpha} N_t^{1-b}, \quad \alpha, b, \lambda > 0, \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

donde λ representa a la tasa reproductiva ($\lambda > 1$) y N_t^{-b}/α es la fracción de la población que sobreviven desde la infancia a la edad adulta reproductiva. Encontrar los puntos de equilibrio del modelo y clasificarlos.

CUESTIÓN 4.- Supongamos que al realizar estudios climáticos en una determinada zona de nuestra provincia obtenemos los siguientes datos. Si un día es caluroso, entonces la probabilidad de que el día siguiente sea también caluroso es 0.65, y 0.35 la probabilidad de que haga frío. Por otro lado, si un día es frío, entonces 0.7 es la probabilidad de que el día siguiente siga siendo frío y 0.3 de que sea un día caluroso. Construir un modelo matricial y analizar su comportamiento a “largo plazo”.

CUESTIÓN 5.- Los árboles de cierto bosque están divididos en tres clases según su altura. En cada temporada de corte la mitad de los árboles de la primera clase pasan a la segunda, y la tercera parte de los árboles de la segunda clase pasan a la tercera. Si el precio de los árboles de la segunda clase es de 30 euros y el precio de los árboles de la tercera es de 50 euros ¿Cuál es la clase de árboles que debe cortarse para lograr el rendimiento óptimo duradero? ¿Cuál es dicho rendimiento si el bosque tiene 1000 árboles?, y ¿a partir de qué precio es más rentable cortar los árboles de la tercera clase.?

CUESTIÓN 6.- Sea $y(t)$ la longitud de un determinado pez en el tiempo t y supongamos que crece de acuerdo a la ley de *von Bertalanffy*

$$y'(t) = k(34 - y(t)), \quad y(0) = 2.$$

Encontrar la longitud del pez cuando $t = 10$, sabiendo que $y(1) = 3$. ¿Cuál será su longitud a largo plazo?

CUESTIÓN 7.- La ley de crecimiento de una población viene dada por la ecuación diferencial

$$y'(t) = at^2y(t) \left(1 - \frac{1}{b}y(t)\right); \quad a, b \text{ positivos.}$$

Calcular $y(t)$, con la condición inicial $y(0) = 100$, y el parámetro $b = 1$.

CUESTIÓN 8.- Se disuelven inicialmente 50 kilos de sal en un tanque que contiene 300 litros de agua. Se bombea salmuera al tanque a razón de 5 litros por minuto; y luego la solución adecuadamente mezclada se bombea fuera del tanque a razón de 2 litros por minuto. Si la concentración de la solución que entra es de 2 kilos por litro, determinar la cantidad de sal que hay en el tanque después de un tiempo “largo”.

CUESTIÓN 9.- Sea el modelo de población

$$\frac{dy(t)}{dt} = 0.3 \left(1 - \frac{y(t)}{200}\right) \left(\frac{y^2(t)}{50} - y(t)\right),$$

donde $y(t)$ es el número de individuos en tiempo t . Realizar un estudio cualitativo para predecir el comportamiento a largo plazo de la población.

CUESTIÓN 10.- Sean $x(t)$, $y(t)$ las poblaciones de dos especies que compiten por recursos. Un incremento en cualquier especie tiene un efecto adverso sobre la razón de crecimiento de la otra. En concreto

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x'(t) = 2x \left(1 - \frac{x}{2}\right) - xy \\ \frac{dy}{dt} = y'(t) = 3y \left(1 - \frac{y}{3}\right) - 2xy \end{cases},$$

Analizar el comportamiento a largo plazo de ambas poblaciones.