

Universidad de Jaén
Departamento de Matemáticas

EXAMEN TEÓRICO DE MODELOS MATEMÁTICOS EN BIOLOGÍA

NOMBRE: _____

EJERCICIO 1.- Sea y_t el número de individuos de una determinada especie de animales en el tiempo t . Sabiendo que su evolución sigue una relación de la forma

$$2y_{t+2} - 3y_{t+1} + y_t = 3^t, \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

Resolver la ecuación en diferencias anterior. ¿Se estabilizará la población a largo plazo?.

EJERCICIO 2.- Explicar el modelo teórico para la explotación racional de una población de animales.

Aplicación al caso siguiente: cierta población de animales está dividida en tres clases de edades de un año de duración y la matriz de Leslie correspondiente es:

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}$$

Encontrar la fracción a separar y el vector de distribución que quedaría después de cada separación, en los dos casos estudiados en teoría.

EJERCICIO 3.- Un gran tanque está parcialmente lleno con 100 litros de líquido en los cuales se disuelven 10 Kg de sal. Una salmuera que contiene 1/2 Kilo de sal por litro se bombea al tanque con una rapidez de 6 litros/minuto. La solución adecuadamente mezclada sale del tanque con una rapidez menor de 4 litros/minuto. Hallar el número de kilos de sal que hay en el tanque después de media hora.

EJERCICIO 4.- Sean $x(t)$ $y(t)$ las poblaciones de dos especies que compiten por los recursos disponibles. El modelo que representa a estas dos poblaciones en competencia es:

$$\begin{cases} x'(t) = 0.6x(t) - 0.3x^2(t) - 0.2x(t)y(t) \\ y'(t) = 0.6y(t) - 0.1y^2(t) - 0.2x(t)y(t) \end{cases}$$

Realizar un estudio cualitativo del modelo para estudiar el comportamiento a largo plazo de las poblaciones.

Jaén 22 de Febrero de 2003