Departamento de Matemáticas
Modelos Matemáticos en Biología.

NOMBRE:..

EJERCICIO 1.

1. La ecuación:
$$x_{t+1} = \lambda x_t (1 + a x_t)^{-b}\,, \quad t = 0, 1, 2, \cdots$$
donde λ, a, $b > 0$ es utilizada frecuentemente como un modelo de crecimiento de poblaciones que dependen de la densidad de dicha población.

   Encontrar los puntos de equilibrio del modelo anterior, y probar que $x^* = 0$ es un punto de equilibrio estable si $\lambda < 1$.

2. En el modelo logístico discreto:
$$x_{t+1} = 3x_t(1 - x_t)\,, \quad t = 0, 1, 2, 3, \cdots .$$
Encontrar los cinco primeros términos de la órbita correspondiente a la semilla $x_0 = 0.3$ y dibujar el diagrama de Cobweb correspondiente.

EJERCICIO 2. Siendo x_0 e y_0 las poblaciones iniciales de conejos y zorros respectivamente. Se sabe que el número de conejos en cualquier mes es el 60% de los conejos más el 10% de la población de zorros del mes anterior. Por otro lado, el número de zorros en dicho mes es la suma del 40 % de la población de conejos más el 90% de la población de zorros en el mes anterior.

1. Construir un modelo matricial discreto para describir la evolución de las poblaciones de conejos y zorros en el tiempo.
2. ¿Existe alguna distribución de las poblaciones de conejos y zorros que sea estable?.
3. En caso afirmativo, ¿qué porcentajes de dichas poblaciones pertenecen a la población de conejos y a la población de zorros?.
4. Comprobar la estabilidad de la solución anterior.

EJERCICIO 3. La ley de Newton del enfriamiento dice que en un cuerpo que se está enfriando, la rapidez con que la temperatura $T(t)$ cambia es proporcional a la diferencia entre la temperatura del cuerpo y la temperatura constante T_a del medio que lo rodea.

1. Encontrar y resolver la ecuación diferencial que modela la situación anterior.
2. Realizar un análisis cualitativo del modelo.
3. Supongamos que al sacar un pastel del horno, su temperatura es de 130^0 C. Tres minutos después, su temperatura es de 100^0 C.¿Cuánto demorará en enfriarse hasta una temperatura de 50^0 C, si la temperatura ambiente es de 25^0 C.

EJERCICIO 4. Inicialmente un contenedor de 200 litros se llena con agua pura. Al tiempo $t = 0$ una concentración salina con 3 kilos de sal por litro se agrega al contenedor a la velocidad de 4 litros por minuto y la mezcla bien agitada se drena del contenedor a la velocidad de 5 litros por minuto.

1. Encontrar el número de kilos de sal en el contenedor como una función del tiempo.
2. Calcular la cantidad de sal en el contenedor al cabo de 10 minutos.

. Jaén, 19 de Septiembre de 2002