

EXAMEN TEÓRICO DE MODELOS MATEMÁTICOS EN BIOLOGÍA

NOMBRE: _____

EJERCICIO 1.- Sea la ecuación en diferencias:

$$y_{t+2} - y_{t+1} = 3(y_{t+1} - y_t), \quad t = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (1)$$

donde y_t representa al número de individuos de una población de animales en el año t .

1. Interpretar demográficamente (1).
2. Comprobar que $y_t = 2 + 5(3^t)$ es una solución particular de (1).
3. Encontrar la población al cabo de 4 años, sabiendo que $y_0 = 2$, $y_1 = 4$.

EJERCICIO 2.- Una población de ardillas está dividida en tres clases de edades de dos años de duración, a las que llamaremos jóvenes, medianas y adultas. La matriz de Leslie viene definida de la siguiente manera: una hembra joven aporta otra hembra y una mediana 24, además la cuarta parte de las jóvenes sobreviven para llegar a medianas y el 50 % de las medianas se hacen adultas.

1. Estudiar la evolución de la población a través de la tasa neta de reproducción.
2. ¿Tiene la matriz L un valor propio estrictamente dominante?. Justifica la respuesta.
3. Calcular el % de crecimiento o decrecimiento de la población.
4. Si $\vec{X}(0) = (40, 20, 30)^T$. ¿Cuál será la población cuatro años después?.
5. Si sabemos que a largo plazo la población de ardillas será de 7900. ¿Cómo estarán distribuidas en cada una de las clases?.

EJERCICIO 3.- Los recursos mundiales sólo proporcionan alimentos suficientes para 6000 millones de seres humanos. La población mundial fue de 1600 millones en 1900 y 2400 millones en 1950.

1. ¿Cuál crees que es el modelo continuo de crecimiento adecuado para esta situación? Justificar la respuesta.
2. Haciendo uso del modelo anterior, calcular la población mundial en el año 2000.

EJERCICIO 4.- Sea $y(t)$ la población de salmones correspondiente al tiempo t (medido en meses) de una piscina en una piscifactoría. De esta población conocemos:

1. Inicialmente hay 1000 salmones.
2. La población cambia con un ritmo que es proporcional al número de individuos presentes en cada momento, siendo la constante de proporcionalidad 0.01
3. Además, cada mes se incorporan 325 salmones a la piscina y se retiran 125 salmones para su venta.

Construir un modelo continuo que represente a la situación anterior para conocer la población de salmones al cabo de 1 año.