

NOMBRE:.....

EJERCICIO 1. Bernadelli consideró una especie de escarabajo que sólo vive tres años y se propaga en su tercer año. Dividió a la especie en tres grupos de edades: de 0 a 1 año, de 1 a 2 años y de 2 a 3 años. Observó que la probabilidad de supervivencia de las hembras del primer grupo era $1/2$ y las del segundo $1/3$, y que en el tercer grupo el promedio de hembras que nacen por cada hembra era de 6.

Si inicialmente hay 30 hembras en cada grupo de edad, ¿cuántas hembras habrá a los dos años?, ¿y a los tres?, ¿y a los cinco, a los seis y a los siete?

Calcular la distribución de las hembras para diferentes años y comprobar que su comportamiento es oscilatorio. ¿Cuál es la causa de tal oscilación?

EJERCICIO 2. Un granjero tiene una gran población de flores cuyo color rojo, rosa y blanco viene determinado por los genotipos AA, Aa, y aa respectivamente. El granjero decide fertilizar todas las flores con un color rosa (genotipo Aa).

1. Si inicialmente tiene 10 flores rojas, 20 rosas y 30 blancas. ¿Cuál será el número de flores de cada uno de los colores en la tercera generación?
2. Encontrar la expresión general para la distribución de los genotipos a lo largo de las generaciones, para una distribución inicial de 10 flores rojas, 20 rosas y 15 blancas.
3. ¿Existe alguna distribución inicial de colores de tal forma que se mantenga invariante con el tiempo?. Razona la respuesta.

EJERCICIO 3. Supóngase que un estudiante portador de un virus de gripe regresa a un campus universitario aislado que tiene 1000 estudiantes. Si se supone que la rapidez con que el virus se propaga es proporcional no sólo al número x de estudiantes contagiados, sino también, al número de alumnos no contagiados. Determinar el número de estudiantes contagiados después de 6 días, si además se observa que después de 4 días $x(4) = 50$.

EJERCICIO 4. En el estudio de los efectos de la selección natural sobre una

población, aparece la siguiente ecuación diferencial

$$q' = -0.0001q^2(1 - q), \quad (1)$$

donde q es la frecuencia de un gen a .

1. Resolver la ecuación diferencial (1)
2. Haciendo un estudio cualitativo de (1), describir los efectos de la selección sobre la frecuencia genética q en términos de las distintas condiciones iniciales.
3. Modelizar la situación anterior haciendo uso del programa Vensim.

EJERCICIO 5. Sean $x(t)$, $y(t)$ las poblaciones de dos especies que compiten por los recursos disponibles. Un incremento en cualquier especie tiene un efecto adverso sobre la razón de crecimiento de la otra. En concreto

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x'(t) = 2x - x^2 - xy \\ \frac{dy}{dt} = y'(t) = 3y - y^2 - 2xy \end{cases}$$

Analizar el comportamiento a largo plazo de ambas poblaciones.

Jaén, 3 de Julio de 2002