

MATEMÁTICAS II (28-06-2019)

NOMBRE: _____ GRUPO: _____

EJERCICIO 1.- Sea la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-1)^2(y-2)}{(x-1)^2 + (y-2)^2} & \text{si } (x, y) \neq (1, 2) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (1, 2). \end{cases}$$

- (a) [3 puntos] Estudia la continuidad de f .
- (b) [4 puntos] Calcula las derivadas parciales $\frac{\partial f(0,0)}{\partial x}$ y $\frac{\partial f(1,2)}{\partial x}$.

EJERCICIO 2.- Sea la función de producción tipo Cobb-Douglas $q(K, L) = 3K^6L^{3/2}$.

- (a) [2 puntos] Prueba que q es una función homogénea y determina su grado de homogeneidad.
- (b) [3 puntos] Demuestra que la función $\frac{\partial q(K, L)}{\partial K}$ es también homogénea y que su grado de homogeneidad es uno menor que el de la función q .

EJERCICIO 3.- Una fábrica de aceites de oliva vende x Kgrs. de aceite de una marca (A) e y Kgrs. de una marca (B). Las ventas dependen de las cantidades u y v invertidas semanalmente en publicidad, en prensa y en radio, respectivamente. Se sabe que en la actualidad $u = 25$ y $v = 36$, estando expresadas ambas variables en miles de euros, y se sabe además que el beneficio viene dado por

$$B(x, y) = y\sqrt{x} + x\sqrt{y},$$

donde

$$x = 2u - v - 5 \quad ; \quad y = u - v + 27.$$

- (a) [2,5 puntos] Halla, utilizando el cálculo diferencial, una aproximación de la variación del beneficio si se aumenta en 1000 euros semanales la publicidad en prensa.
- (b) [2,5 puntos] Halla, utilizando el cálculo diferencial, una aproximación de la variación del beneficio si se aumenta en 1000 euros semanales la publicidad en radio.
- (c) [2 puntos] Determina, utilizando el cálculo diferencial, una aproximación de la variación del beneficio si se aumentan, al mismo tiempo, 1000 euros semanales la publicidad en radio y 2000 euros semanales la publicidad en prensa.

EJERCICIO 4.-

- (a) [4 puntos] Estudia los extremos relativos de la función $f(x, y) = 21x + 30y - \frac{x^2}{2} - y^2 - 2xy$.
- (b) [7 puntos] Calcula, utilizando el método de los multiplicadores de Lagrange, los extremos relativos de f sujetos a la restricción $x + y = 35$.

EJERCICIO 5.-

- (a) [2 puntos] Dibuja el recinto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq 1/2, y \leq -x + 2, y \geq x^2\}$, calculando los puntos de corte de las curvas que lo delimitan.
- (b) [5 puntos] Calcula, por integración doble, el área del recinto D .
- (c) [3 puntos] Plantea el cálculo del área de D invirtiendo el orden de integración.