

MATEMÁTICAS II (20-01-2014)

NOMBRE: _____ GRUPO: _____

EJERCICIO 1.- Sea la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} 5(x-2) + \frac{(x-2)^2(y-3)^3}{(x-2)^2 + (y-3)^2}, & (x, y) \neq (2, 3) \\ 0, & (x, y) = (2, 3). \end{cases}$$

- (a) [4 puntos] Estudia la continuidad de f en el punto $(2, 3)$.
- (b) [4 puntos] Calcula $\frac{\partial f(2, 3)}{\partial x}$ y $\frac{\partial f(0, 0)}{\partial x}$.
- (c) [4 puntos] Calcula la derivada direccional de f en el punto $(2, 3)$ según la dirección del vector unitario $V = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

EJERCICIO 2.-

(a) [5 puntos] Dada la función $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por

$$g(x, y) = (\ln(x + y^2))^3, e^{5x} \cos 3y),$$

calcula su matriz jacobiana en un punto (x, y) de su dominio.

(b) [5 puntos] Resuelve la ecuación diferencial $y' = \frac{x + y}{x - y}$.

EJERCICIO 3.- Una empresa fabrica x unidades de un producto A e y unidades de un producto B . Su función de producción es $f(x, y) = x + 3y$. Se pide:

- (a) [3 puntos] ¿Es posible producir unas cantidades fijas de x e y que maximicen la producción?
- (b) [7 puntos] Si la función de coste de la empresa es $c(x, y) = x^2 + y^2$. ¿Para qué valores de x e y se maximiza la producción si se tiene en cuenta que el coste ha de ser de 4000 unidades monetarias?

EJERCICIO 4.- [8 puntos] Calcula, mediante integración doble, el área de la región

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq x + 3, x \leq 9 - y^2\}.$$