

MATEMÁTICAS I

NOMBRE: _____ GRUPO: _____

EJERCICIO 1.-

- **1. A.- [7 puntos]** Considera la función derivable $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{2x} & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Encuentra los valores de a y b

- **1. B.- [7 puntos]** Sea la función $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 \ln(x)$, donde $\ln(x)$ representa al logaritmo neperiano de x . Calcula $\int_1^2 f(x) dx$

EJERCICIO 2.-

Deriva las siguientes funciones:

1. **[3 puntos]** $f(x) = \operatorname{sen}^2\left(\frac{1}{1+x}\right)$
2. **[3 puntos]** $g(x) = 3^{x^2} \cos(3x - 1)$

EJERCICIO 3.-

Supongamos que el coste de fabricación de x artículos viene dado por la función $C(x) = 3x^2 + x + 48$ euros.

1. **[1 punto]** ¿Cuál es el coste de fabricación de 10 artículos?
2. **[2 puntos]** ¿Cuál es el coste de fabricación del artículo décimo?
3. **[5 puntos]** Se define el coste de fabricación medio por artículo como $f(x) = \frac{C(x)}{x}$. ¿Para qué valor de x es mínimo este coste medio?
4. **[2 puntos]** ¿Para qué valor de x el coste medio es igual al coste marginal?

EJERCICIO 4.-

Dado el sistema de ecuaciones lineales.

$$\left. \begin{aligned} x + \lambda y - z &= 0 \\ 2x + y + \lambda z &= 0 \\ x + 5y - \lambda z &= \lambda + 1 \end{aligned} \right\}$$

1. **[6 puntos]** Discute el sistema según los valores del parámetro λ
2. **[4 puntos]** Para $\lambda = -1$ encuentra la solución general del sistema. Halla la solución particular cuya suma valga 4.

EJERCICIO 5.-

Sean los vectores $V_1 = (1, 1, 2)$, $V_2 = (1, 1, 0)$ y $V_3 = (0, 1, 2)$.

1. **[3 puntos]** Estudiar la dependencia e independencia lineal de los vectores:

$$W_1 = V_1 + V_2, \quad W_2 = V_1 - V_2, \quad W_3 = V_3$$

2. **[5 puntos]** Expresar el vector $W = (2, 4, 6)$ como combinación lineal de V_1, V_2 y V_3
3. **[2 puntos]** ¿Pueden formar los vectores V_1 y V_2 una base del espacio vectorial \mathbb{R}^3 ?