

NOMBRE: _____

EJERCICIO 1.- [8 puntos] Se sabe que la función $f : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por,

$$f(x) = \begin{cases} ax + bx^2 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ -4 + \sqrt{x-1} & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

es derivable en el intervalo $(0, 5)$. Calcula las constantes a y b .

EJERCICIO 2.- Sea la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por, $f(x) = x^2 - 3x$

1. [5 puntos] Halla, haciendo uso de la definición, la derivada $f'(4)$
2. [5 puntos] Calcula el área encerrada por la gráfica de f , el eje de abscisas y las rectas $x = 0$, y $x = 4$

EJERCICIO 3.-

1. [5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos(x))^{\frac{3}{\sin(x)}}$
2. [4 puntos] Deriva la función $f(x) = \frac{\sqrt{x} \operatorname{sen}(x^2 + 5)}{\cos^2 x}$
3. [5 puntos] Encuentra $\int (x^2 - 1) e^{-x} dx$

EJERCICIO 4.- Considera las matrices,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a-1 \\ 0 & a-1 & 2-a \\ 0 & -1 & 2-a \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

1. [3 puntos] Determina los valores de a , para los cuales la matriz A no tiene inversa.
2. [7 puntos] Para $a = 1$ calcula, si existe, la matriz X que verifica $A^{-1} X A + I = B$, siendo I la matriz identidad de orden tres.

EJERCICIO 5.-[8 puntos] Discute, según los distintos valores de m , el sistema de ecuaciones lineales,

$$\begin{cases} mx + 2y + z = 2 \\ x + my = m \\ 2x + mz = 0 \end{cases}$$