Doble Grado en Derecho y en Administración y Dirección de Empresas
Matemáticas I. Curso 2018 - 2019

RELACIÓN 5: SISTEMAS LIEALES. VECTORES

EJERCICIO 1.- **Dado el siguiente sistema de ecuaciones en forma matricial**

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix},$$

determinar un sistema equivalente que tenga un menor número de ecuaciones.

EJERCICIO 2.- **Discutir y resolver, cuando sea posible, los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:**

$$\left.\begin{array}{rcr} 3x-y+z & = & 5 \\ x+y-z & = & -2 \\ -x+2y+z & = & 3 \end{array}\right\}, \quad \left.\begin{array}{rcr} 2x-y+z & = & 4 \\ -x+3y-5z & = & 1 \\ 8x-9y+13z & = & 2 \end{array}\right\}, \quad \left.\begin{array}{rcr} 2x-y+u & = & 0 \\ y+z & = & 0 \\ x+y+2u & = & 0 \end{array}\right\}$$

EJERCICIO 3.- **Discutir los siguientes sistemas según el parámetro k. Resolverlo cuando sea posible:**

$$\left.\begin{array}{rcr} x+y-z & = & 1 \\ 2x+3y+kz & = & 3 \\ x+ky+3z & = & 2 \end{array}\right\}, \left.\begin{array}{rcr} x+y+kz & = & 1 \\ x+ky+z & = & 2 \\ y+kz & = & 0 \end{array}\right\}, \left.\begin{array}{rcr} 2x+y & = & k \\ -2x+y & = & -1 \\ x-ky & = & -2 \end{array}\right\}, \left.\begin{array}{rcr} 5x-11y+9z & = & k \\ x-3y+5z & = & 2 \\ 2x-4y+2z & = & 1 \end{array}\right\}$$

EJERCICIO 4.- **Discutir los siguientes sistemas según los valores de los parámetros a y b. Resolverlo cuando sea posible:**

$$\left.\begin{array}{rcr} x-y & = & 0 \\ x+y+z & = & a \\ 3x+y+bz & = & 0 \end{array}\right\}, \left.\begin{array}{rcr} x+y+2z & = & 1 \\ x-ay+z & = & b \\ x-y+z & = & 0 \end{array}\right\}, \left.\begin{array}{rcr} -x+2y-2z & = & 0 \\ 4x-2y+az & = & b \\ 2x-2y+3z & = & -1 \end{array}\right\}, \left.\begin{array}{rcr} x+y+z & = & 1 \\ x-y+bz & = & 2 \\ x-y-z & = & a \end{array}\right\}$$

EJERCICIO 5.- **Un fabricante produce diariamente los productos P1, P2, P3 a partir de tres componentes C1, C2 y C3 de la siguiente manera: Para 1 unidad de P1 necesita 100 gr de C1, 120 gr de C2 y 34 gr de C3; para 1 unidad de P2 necesita 200 gr de C1, 70 gr de C2 y 150 gr de C3; para 1 unidad de P3 necesita 50 gr de C1, 175 gr de C2 y 50 gr de C3. Si disponemos de 70850 gr de C1, 131200 gr de C2 y 88975 gr de C3,**

1. **¿Cuántos productos P1, P2 y P3 se pueden elaborar?**
2. **¿Qué cantidad de C1, C2 y C3 debe tener para fabricar 250 unidades de P1, 150 unidades de P2 y 130 unidades de P3?**

EJERCICIO 6.- Una empresa fabrica tres modelos de ordenadores, A, B y C, siendo el coste de fabricar cada uno de esos tipos x, y, z, respectivamente. El precio de venta se obtiene incrementando en un 20% el coste en los del tipo A, un 30% los del tipo B y un 50% los del tipo C. Sabemos que con la venta de los tipos A y B ha obtenido un total de 55.000 €, que las cantidades obtenidas con las ventas del tipo B son iguales a las obtenidas con las ventas del tipo C y que el coste de fabricación total ha ascendido a 60.000 €. Determinar el coste de cada uno de los modelos de ordenadores.

EJERCICIO 7.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **determina, si existe, la matriz X que verifique** $A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

EJERCICIO 8.- Calcular el valor o valores de $a \in \mathbb{R}$ **para los cuales los sistemas siguientes no son de Cramer. Calcular en función de** a **(cuando** a **no toma dichos valores) la solución del sistema.**

$$\left.\begin{array}{rcl} x_1 + x_2 + ax_3 & = & 1 \\ x_1 + ax_2 + x_3 & = & 2 \\ x_2 + ax_3 & = & 0 \end{array}\right\} ; \qquad \left.\begin{array}{rcl} x + ay + z & = & 0 \\ ax + y & = & 1 \\ x + 2y + z & = & 3 \end{array}\right\}$$

EJERCICIO 9.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{r} x + 3y + z = 3 \\ 2x + my + z = m \\ 3x + 5y + mz = 5 \end{array}\right\}$$

1. **Determina, si es posible, un valor de** m **para que el correspondiente sistema tenga una y sólo una solución.**
2. **Determina, si es posible, un valor de** m **para que el correspondiente sistema tenga al menos dos soluciones.**
3. **Determina, si es posible, un valor de** m **para que el correspondiente sistema no tenga solución.**

EJERCICIO 10.- Una persona invierte un total de 25000 euros repartidos en tres diferentes tipos de interés, al 8%, 10% y 12% respectivamente. Los intereses totales obtenidos al cabo de un año fueron de 2440 euros y los intereses obtenidos por las inversiones al 8% y 12% fueron iguales. ¿Cuánto invirtió a cada tipo de interés?

EJERCICIO 11.- En una empresa se fabrican dos tipos de productos, a partir de dos materias primas. Para fabricar una unidad del producto A la cantidad necesaria del ingrediente 1 es de 20 u. y del ingrediente 2 es de 30 u. Para fabricar una unidad del producto B se necesitan 15 u. del ingrediente 1 y λ **u. del ingrediente 2.**

1. **Según los valores de λ, cuántas unidades se podrían fabricar de los productos A y B si disponemos de 300 u. del ingrediente 1 y 600 u. del ingrediente 2 y las queremos gastar completamente.**

2. **Interpreta los resultados del apartado anterior teniendo en cuenta que las soluciones han de ser positivas.**

EJERCICIO 12.- Sean los vectores $v_1 = (1, 1, 0)$, $v_2 = (1, 1, 2)$, $v_3 = (0, 1, 2)$

1. **Expresar el vector** $w = (2, 4, 6)$ **como combinación lineal de los anteriores.**

2. **¿Se podría expresar el vector** $(0, 0, 0)$ **en funcin de** v_1, v_2, v_3**?**

3. **¿Qué conclusión se puede sacar del resultado obtenido en el apartado anterior?**

EJERCICIO 13.- Sean los vectores $v_1 = (0, 1, 1)$, $v_2 = (1, 2, 0)$, $v_3 = (1, 3, 1)$, $v_4 = (2, 1, 2)$. **¿Forman un sistema generador de** $\mathbb{R}^3$ **¿Forman una base de** $\mathbb{R}^3$**?**

EJERCICIO 14.- Determinar si los siguientes subconjuntos son subespacios vectoriales:

$S_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2$ **tal que** $xy = 0\}$ $\quad$ $S_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2$ **tal que** $x - y = 0\}$

$S_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ **tal que** $2x - y + z = 0\}$ $\quad$ $S_4 = \{(a, a, a - 2) \in \mathbb{R}^3$ **tal que** $a \in \mathbb{R}\}$

EJERCICIO 15.- Averiguar si los vectores $(1, 0, -2)$, $(1, -3, 5)$ **son base de un subespacio vectorial de** $\mathbb{R}^3$. **En caso afirmativo, obtener la dimensión de dicho subespacio.**

EJERCICIO 16.- Dados los vectores $\{(1, -1, 2, -2), (1, 1, 1, 0), (0, 0, 1, 1)\}$, **¿son base de algún subespacio vectorial de** $\mathbb{R}^4$**? En caso afirmativo, obtener la dimensión de dicho subespacio.**

EJERCICIO 17.- ¿Existe algún valor de m **para que los siguientes subconjuntos de vectores sean linealmente dependientes?**

- $\{(3, 0, 1, 2), (5, -1, 0, 1), (1, 1, m, 3)\}$
- $\{(3, 1, 1, 2), (1, 0, 0, 1), (0, m, 1, 3)\}$

EJERCICIO 18.- Dados los vectores $v_1 = (1, 0, -2)$, $v_2 = (-1, 0, 2)$, **obtener la dimensión del subespacio vectorial que generan.**

EJERCICIO 19.- Dados los vectores $v_1 = (1, 4, -5, 2)$, $v_2 = (1, 2, 3, 1)$. **Determinar la dimensión del subespacio generado por ambos. Calcular** x, y **para que el vector** $(3, 2, x, y)$ **pertenezca a dicho subespacio.**