Doble Grado en Derecho y en Administración y Dirección de Empresas
Matemáticas I. Curso 2018 - 2019

RELACIÓN 3: INTEGRACIÓN DE FUNCIONES

EJERCICIO 1.-

- $\displaystyle\int \frac{1}{x\,Ln\,(x)}\,dx \qquad \int x\,\mathbf{sen}\,(x)\,dx \qquad \int \frac{x}{e^x}\,dx \qquad \int arctg\,(x)\,dx$
- $\displaystyle\int Ln\,(x)\,dx \qquad \int e^{\sqrt{x}}\,dx \qquad \int Ln\,(x^2)\,dx \qquad \int \frac{3^{arctan\,(x)}}{x^2+1}\,dx$
- $\displaystyle\int \frac{28}{\sqrt{x}}\,dx \qquad \int \frac{235}{x}\,dx \qquad \int \frac{54}{e^x}\,dx \qquad \int \frac{sen\,(x)}{\mathbf{cos}\,^2(x) - cos\,(x)}\,dx$
- $\displaystyle\int e^{x/3}\,dx \qquad \int (x^2 - 5x^3 + \frac{7}{x})\,dx \qquad \int (2e^x - 7e^{0.2x})\,dx \qquad \int (\frac{x^7}{2} + \frac{5}{e^{7x}})\,dx$
- $\displaystyle\int (\frac{e}{x^2} - \frac{e^2}{x})\,dx \qquad \int (\sqrt{x}+7)(1-x)\,dx \qquad \int Ln\,5e^x\,dx \qquad \int e^{7Ln\,(x)}\,dx$
- $\displaystyle\int (x^2+5)^7\,2x\,dx \qquad \int \frac{x^3+x^2+1}{x^3+x}\,dx \qquad \int \frac{Ln\,(x)}{x}\,dx \qquad \int (7x-9)^8\,dx$
- $\displaystyle\int e^{0.5x+0.02}\,dx \qquad \int \frac{e^{2x}}{3-e^{2x}}\,dx \qquad \int \frac{2e^{0.1x}}{(1+e^{0.1x})^2}\,dx \qquad \int \frac{1}{e^x - e^{-x}}\,dx$
- $\displaystyle\int \frac{sen\,(\sqrt{1-x})}{\sqrt{1-x}}\,dx \qquad \int \frac{cos\,(x)}{1+sen\,(x)}\,dx \qquad \int \frac{x}{\sqrt{x^2-4}}\,dx \qquad \int \frac{8x-11}{x^2-3x+2}\,dx$

EJERCICIO 2.- Hallar la función que toma el valor -2 para $x = -1$ y cuya derivada sea $f'(x) = 12x^2 + 6$

EJERCICIO 3.- Calcular

$$(a)\quad \int_0^1 40xe^{-0.5x}\,dx\,; \qquad (b)\quad \int_{-1}^2 \frac{1}{x^2+2x-3}\,dx\,; \qquad (c)\quad \int_0^\pi x^2\,sen\,(x)\,dx$$

EJERCICIO 4.- Calcular las siguientes integrales definidas:

- $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \mathbf{cos}\,x\,dx\,; \qquad \int_4^{36} \sqrt{x}\,dx\,; \qquad \int_1^5 (4x^{1/2} + 7x^{-1/3})\,dx$
- $\displaystyle\int_0^\pi (12x - \frac{7}{5}x + \pi\,x\,\mathbf{cos}\,(x^2) + 1)\,dx\,; \qquad \int_{-1}^1 e^{\frac{x+3}{2}}\,dx$

EJERCICIO 5.- Dada la función $f(x) = \begin{cases} x - x^2 & \textbf{si} \quad x \leq 1 \\ x - 1 & \textbf{si} \quad x > 1 \end{cases}$

1. **Calcular** $\int_0^2 f(x)\,dx$

2. **Calcular la función** $F(x) = \int_0^x f(t)\,dt$

3. **Encontrar el área encerrada bajo la función y el eje de abscisas en el intervalo** $[-1,\,2]$**.**

EJERCICIO 6.- Dada la función $f(x) = \begin{cases} x & \textbf{si} \quad x < 0 \\ x^2 & \textbf{si} \quad 0 \leq x < 1 \\ e^{x-1} & \textbf{si} \quad 1 \leq x \end{cases}$

1. **Calcular** $\int_1^3 f(x)\,dx$; **y** $\int_{-1}^1 f(x)\,dx$

2. **Encontrar el área encerrada bajo la función y el eje de abscisas en el intervalo** $[-1,\,5]$**.**

3. **Hallar la función** $F(x) = \int_{-1}^x f(t)\,dt$

4. **Calcular** $F'(x)$

EJERCICIO 7.- Hallar el área determinada por la curva $f(x) = sen\,(x)$**, las rectas** $x = 0$ **y** $x = 2\pi$ **y el eje de abscisas.**

EJERCICIO 8.- Hallar el área encerrada por la gráfica de la curva $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$**, el eje de abscisas y las rectas** $x = 0$ **y** $x = 4$

EJERCICIO 9.- Encontrar el área encerrada entre las dos curvas siguientes:

$$(a)\begin{cases} f(x) = x^2 \\ g(x) = x^3 - 2x \end{cases} \qquad (b)\begin{cases} f(x) = 1 + \sqrt{2x} \\ g(x) = x + 1 \end{cases} \qquad (c)\begin{cases} f(x) = x^4 + 1 \\ g(x) = 5x^2 - 3 \end{cases}$$

EJERCICIO 10.- Un estudio realizado sobre las basuras que se generan en cierta ciudad durante el primer mes del año ha proporcionado que la cantidad de toneladas en el día t **viene dado por la función:**

$$B : [0\,,\,30] \longrightarrow \mathbb{R} \quad : \quad B(t) = \frac{t^3}{200} - \frac{t^2}{4} + 3t + 30$$

1. **Suponiendo que la cantidad de basuras acumuladas en el vertedero inicialmente era de 3200 toneladas, calcular la función** $M(t)$ **que proporciona la cantidad total de basura acumulada en el vertedero hasta el día** t**.**

2. **¿Cuál es la cantidad media generada diariamente durante el primer mes del año?**

EJERCICIO 11.- La expresión $P(t) = P_0\, e^{\int_0^t I(t)\,dt}$ es la fórmula de la capitalización continua, que proporciona la cantidad en que se ha convertido un capital P_0 , invertido durante t años en capitalización continua al tanto de interés $I(t)$, que cambia continuamente según el momento t en que nos encontremos. Si invertimos un capital de 1000 € en una entidad bancaria que capitaliza de forma continua, a un tanto de interés dado por $I(t) = 0.03 + 0.005t$, calcular la cantidad de dinero que se tendrá dentro de 10 años.

EJERCICIO 12.- El costo marginal de una fábrica está dado por la función $\frac{1}{100}x^2 - 2x + 120$, donde x representa al número de unidades producidas al día. Si la fábrica tiene unos costos fijos de 1000 euros diarios, encontrar el costo de producir x unidades diarias.

EJERCICIO 13.- El beneficio marginal que se obtiene al vender x unidades de un determinado producto es

$$300 - \frac{4}{(x+1)^2}.$$

Calcular el beneficio que se obtiene sabiendo que si no se vende ninguna unidad hay unas pérdidas de 100 euros.

EJERCICIO 14.- En la fabricación de cierto componente electrónico, el coste marginal (coste por unidad cuando se llevan producidas x unidades), $C_m(x)$ viene dado por la función,

$$C_m(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2+1}$$

1. **Sabiendo que los costes de puesta en marcha de la fábrica son de 5.000 €, calcular la función de coste total $CT(x)$.**

2. **Una vez producidas 1000 unidades, ¿cuál será el valor medio del coste marginal?**

EJERCICIO 15.- El precio de una vivienda crece en función de su tamaño en metros cuadrados. El incremento del precio por cada metro cuadrado de más depende de los metros cuadrados totales de la vivienda y viene dado por la función

$$i(m) = 10^3\,\frac{m}{300-m} \text{ €/metro cuadrado}$$

1. **Calcular la función que proporciona el precio de la vivienda en función de sus m^2.**

2. **Calcular el precio de una vivienda de 125 m^2**

EJERCICIO 16.- La tasa mundial de agua utilizada t años después de 1940, para valores de $t \geq 40$, fue aproximadamente de $860e^{0.4t}$ Km^3/año, ¿cuánta agua se utilizó entre 1940 y 1980?

EJERCICIO 17.- Cierta empresa oferta un producto a un precio diferente cada año. Anualmente incrementa su precio en una cantidad fija α más una cantidad β por cada año transcurrido desde el año $t = 0$, que es cuando se inicia la producción.

1. **Calcular la función $I(t)$ que da el incremento del precio del producto en el año t.**

2. **Si el precio de lanzamiento es de 10€, calcular la función $P(t)$ que proporciona el precio que tendrá el producto en el año t.**

3. **La empresa pretende que transcurridos cinco años el precio del producto sea de 15€ y que transcurridos ocho años sea de 20€, ¿qué valores de α y β harán eso posible?**

EJERCICIO 18.- El beneficio marginal de cierta empresa, cuando se han producido q unidades de cierto artículo, viene dado por la función $B_m(q) = 100 - 2q$€ por unidad. Si el beneficio total de la empresa, cuando se producen 15 unidades es de 850€.

1. **Obtener la función que proporciona el beneficio total de la empresa después de producir q unidades.**

2. **Calcular el valor de los beneficios de la empresa en el momento 0.**

3. **¿Cuál es el mayor beneficio posible de la empresa?**

EJERCICIO 19.- Un estudio realizado en la ciudad de Jaén nos ha indicado que, desde el año 1985 la población está creciendo a un ritmo aproximado de $5000x^{-1/2}$ personas por año. Sabiendo que en el año 2010 la población era de 116.500 personas,

1. **¿cuál era la población en 1985.?**

2. **Si este modelo de crecimiento continúa en el futuro, ¿cuántos habitantes tendrá Jaén en 2015?**

EJERCICIO 20.- En cierto sector de producción se ha observado que la velocidad a la que se crean puestos de trabajo viene dada por $A(x) = 60 - x$ puestos mensuales, y la velocidad a la que se destruyen puestos de trabajo viene dada por $B(x) = 50 - 5x$ puestos mensuales.

1. **¿Cuántos puestos de trabajo se crean en un año?**

2. **¿Cuántos puestos de trabajo se han destruido en 8 meses?**

3. **¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que, en total, existan en el sector 4.000 puestos de trabajo?**