

Práctica 0:

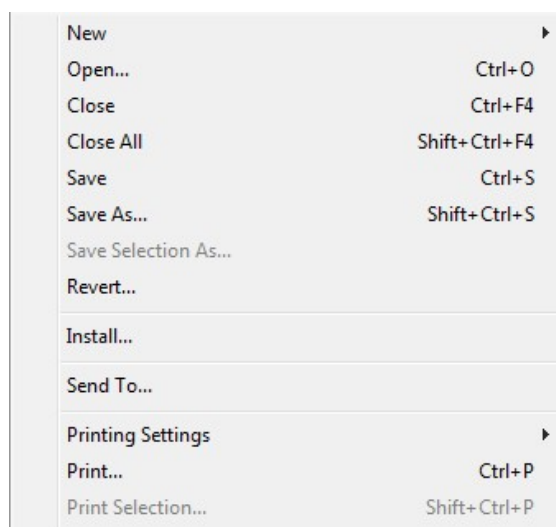
Introducción al *Mathematica*

En esta práctica se abordará cómo empezar a trabajar con el programa *Mathematica* realizando operaciones sencillas y se pondrá de manifiesto la gran utilidad que tiene esta herramienta en la realización de los problemas que se irán planteando a lo largo de la asignatura.

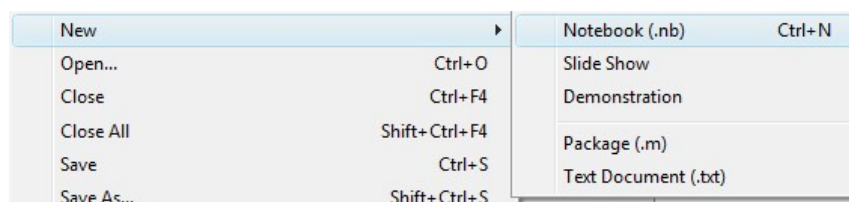
Trabajando con Mathematica

Al abrir *Mathematica* podemos ver, en la parte superior, la barra de herramientas con las siguientes opciones: File, Edit, Insert, Format, Cell, Graphics, Evaluation, Palettes, Window y Help. Comentamos las opciones que nos pueden ser útiles de cada una de ellas.

File

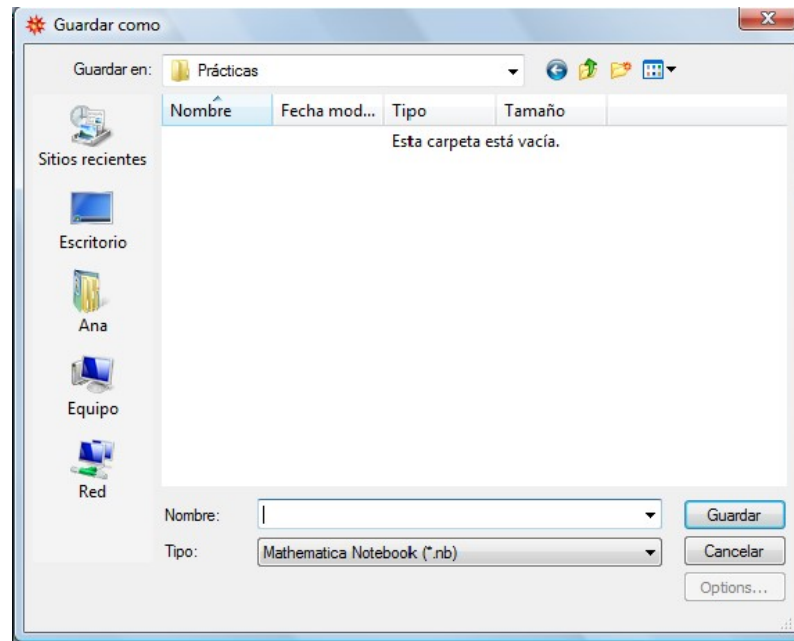


1. Lo primero que nos aparece es la opción **New**, que nos será útil cuando queramos abrir un nuevo documento en blanco: para ello usamos la opción Notebook (.nb)



2. La opción **Open** se usará para abrir un documento .nb que tengamos creado.

3. La opción **Close** para cerrar el documento con el que estamos trabajando.
4. **Close All** para cerrar todos los documento .nb que tengamos abiertos.
5. **Save** para guardar los cambios que hayamos realizado en el documento con el que trabajamos.
6. **Save As** para guardar el documento por primera vez. En esta opción le indicaremos el nombre que le queremos asignar y el lugar donde guardarlo. Si una vez guardado por primera vez se quiere guardar con otro nombre o en otra ubicación usaremos también esta opción, con lo cual tendremos dos documentos: el inicial y éste último.



7. **Print**, que se utiliza para imprimir el documento con el que estamos trabajando.

Edit

Undo	Ctrl+Z
Cut	Ctrl+X
Copy	Ctrl+C
Paste	Ctrl+V
Clear	Delete
Copy As	▶
Extend Selection	Ctrl+.
Select All	Ctrl+A
Check Balance	Shift+Ctrl+B
Complete Selection	Ctrl+K
Make Template	Shift+Ctrl+K
Check Spelling...	Alt+;
Find...	Ctrl+F
Enter Selection	Ctrl+E
Find Next	F3
Find Previous	Shift+F3
Preferences...	

En esta opción los más utilizados son los siguientes :

1. **Undo** se utiliza para deshacer la última operación realizada.
2. **Cut** para cortar el texto seleccionado.
3. **Copy** para copiar el texto seleccionado.
4. **Paste** para pegar lo previamente cortado o copiado.
5. **Copy As** nos permite copiar el contenido de una celda en distinto formato. De esta forma, los gráficos obtenidos con *Mathematica* pueden ser exportados a otros programas de edición de texto.

Undo	Ctrl+Z	
Cut	Ctrl+X	
Copy	Ctrl+C	
Paste	Ctrl+V	
Clear	Delete	
Copy As		▶
Extend Selection	Ctrl+.	
Select All	Ctrl+A	
Check Balance	Shift+Ctrl+B	
Complete Selection	Ctrl+K	
Make Template	Shift+Ctrl+K	
Check Spelling...	Alt+;	
Find...	Ctrl+F	
Enter Selection	Ctrl+E	
Find Next	F3	

Plain Text	Shift+Ctrl+C
Input Text	
LaTeX	
MathML	
Cell Expression	
Notebook Expression	
Bitmap	
Metafile	
Wave	

6. **Find** nos permite la búsqueda de palabras en el documento con el que trabajamos.

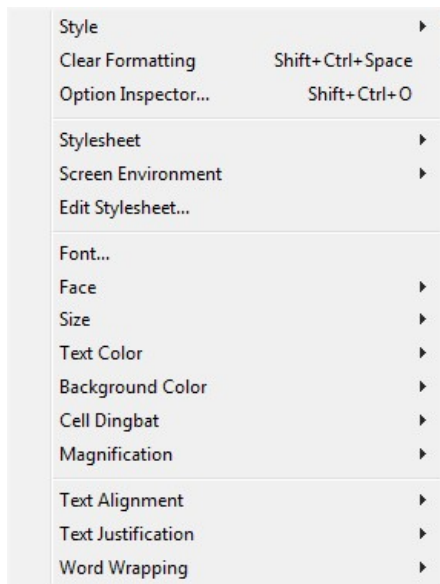
Insert

Input from Above	Ctrl+L
Output from Above	Shift+Ctrl+L
Cell with Same Style	Alt+Enter
Special Character...	
Color...	
Typesetting	▶
Table/Matrix	▶
Horizontal Lines	▶
File Path...	
Picture	▶
File...	
Object...	
Hyperlink...	Shift+Ctrl+H
Automatic Numbering...	
Page Break	

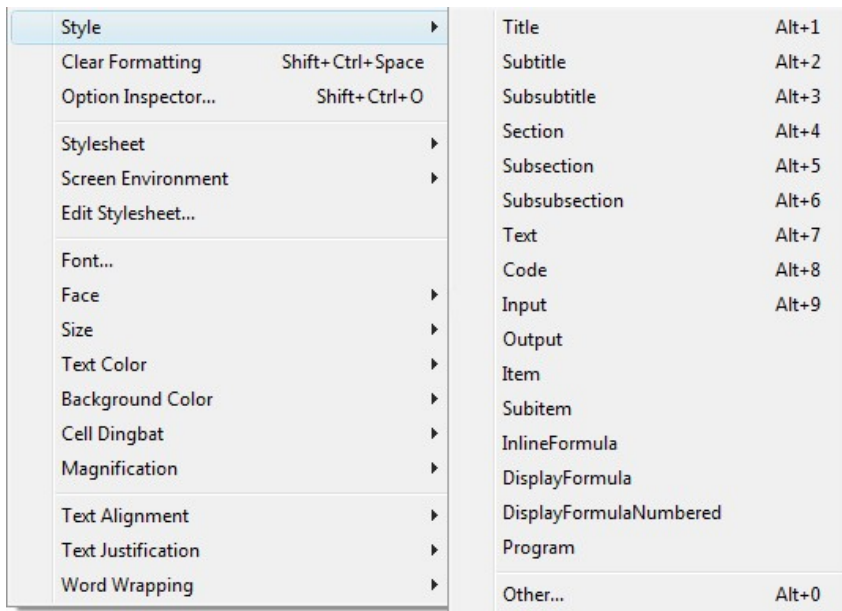
1. **Table/Matrix** nos permite intertar tablas y matrices del tamaño deseado.

- 2. **Picture** nos permite insertar imágenes en el documento.
- 3. **Hyperlink** nos permite insertar enlaces.

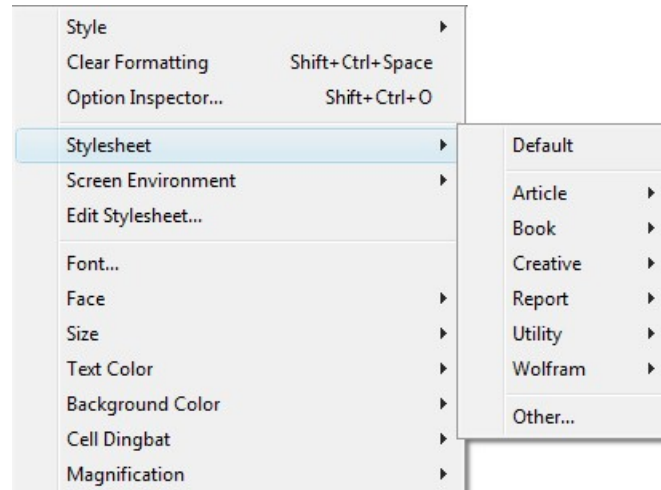
Format



1. **Style**. Aquí podemos cambiar el estilo de la celda que tengamos seleccionada. Es muy útil cuando introducimos texto en el documento, en cuyo caso habría que seleccionar **Text**.



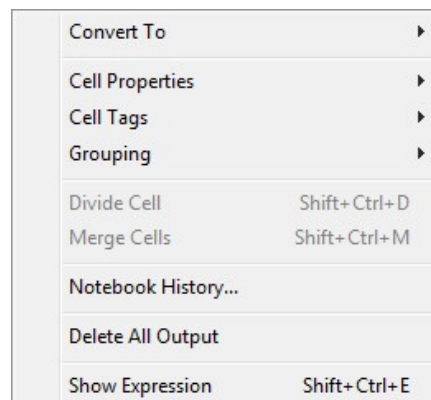
2. **Stylesheet** nos permite elegir distintos formatos de presentación del documento.



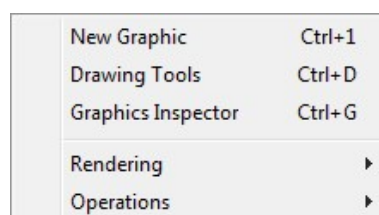
3. **Font** nos permite elegir el tipo de letra.
4. **Face** nos permite elegir el modo cursiva, negrita y subrayado.
5. **Size** nos permite elegir el tamaño de letra.
6. **Text Color** nos permite elegir el color del texto.
7. **Text Alignment** es utilizado para alinear el texto a la derecha, centrarlo, ...

Cell

Aquí podemos encontrar los comandos de manipulación de celdas. Una celda es cada unidad en la que se divide el documento, es fácil de identificar ya que aparece delimitada por un corchete en la parte derecha del documento.



Graphics



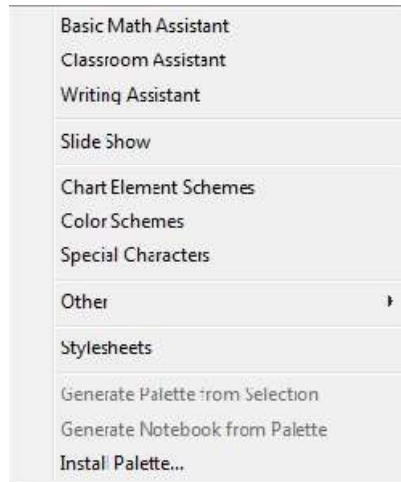
Nos permite crear y tratar gráficos.

Evaluation

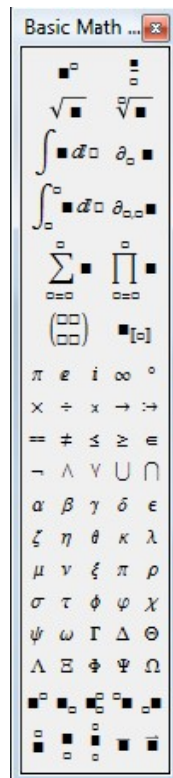
Evaluate Cells	Shift+Enter
Evaluate in Place	Shift+Ctrl+Enter
Evaluate in Subsession	F7
Evaluate Notebook	
Evaluate Initialization Cells	
Dynamic Updating Enabled	
Convert Dynamic to Literal	
Debugger	
Debugger Controls ▶	
Interrupt Evaluation...	Alt+,
Abort Evaluation	Alt+.
Remove from Evaluation Queue	Shift+Alt+.
Find Currently Evaluating Cell	
Kernel Configuration Options...	
Default Kernel	▶
Notebook's Kernel	▶
Notebook's Default Context	▶
Start Kernel	▶
Quit Kernel	▶

1. **Evaluate Cells** nos permite evaluar las celdas seleccionadas.
2. **Evaluate Notebook** nos permite evaluar todo el documento.
3. **Abort Evaluation** nos permite abortar la evaluación de una celda.

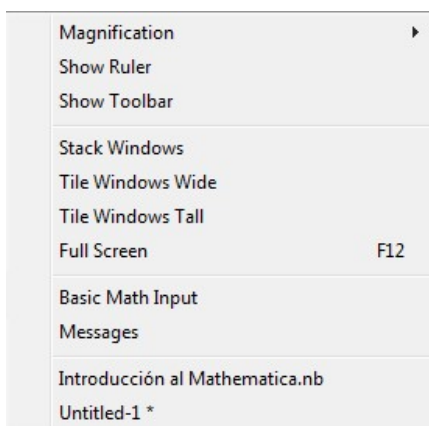
Palettes



Permite desplegar y generar paletas que facilitan el cálculo de expresiones matemáticas. La paleta que usaremos será la BasicMathInput, que se encuentra en el ítem “Other”

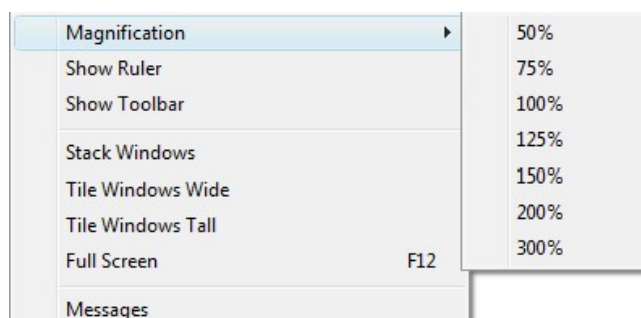


Window



Aquí podemos encontrar los comandos que nos permiten manejar y visualizar las distintas ventanas de trabajo.

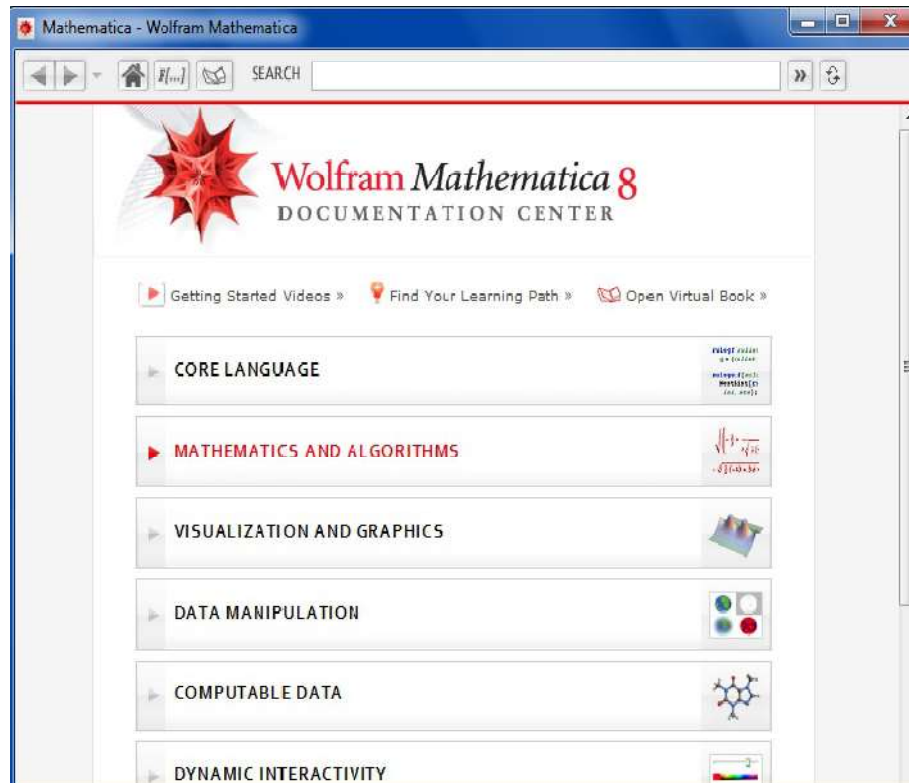
1. Magnification nos permite realizar un zoom a la pantalla.



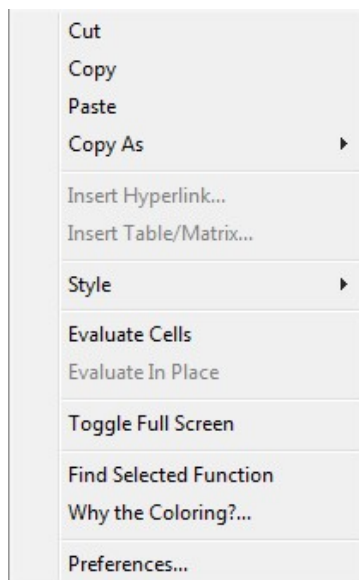
2. Show Toolbar proporciona una tabla de herramientas que nos permite grabar, imprimir, modificar el texto ...

Help

En esta opción podemos encontrar diferentes formas de encontrar ayuda o información acerca del programa. Una forma muy útil de obtener información sobre una función de Mathematica es presionando la tecla F1 del teclado.



Pulsando el botón derecho sobre una celda tenemos acceso rápido a las opciones que se usan frecuentemente



Primeras operaciones con Mathematica

Comenzamos realizando unos sencillos cálculos para ir familiarizándonos con el programa. Para ello debemos escribir la operación que vamos a realizar: esta será la celdilla de entrada (**In**) que posteriormente ejecutamos pulsando la tecla intro del teclado. De este modo obtenemos la salida (**Out**).

$$3 + 2$$

$$3 - 2$$

$$4 * 2 + 1$$

$$4 \times 2 + 1$$

$$4 (2 + 1)$$

$$12 / 3 - 1$$

$$12 / (3 - 1)$$

$$2^3$$

$$2^3 (* \text{ ^ indica la exponenciación } *)$$

$$2^3^2$$

$$(2^3)^2$$

Cálculo simbólico y cálculo aproximado

Hasta el momento las operaciones que hemos realizado se podían haber hecho con una calculadora convencional y nos podíamos preguntar ¿para qué usar *Mathematica*? Bien, esta respuesta se irá resolviendo conforme avancemos en la práctica.

Una de las ventajas de *Mathematica* es que trabaja con números enteros, racionales, reales y complejos. Algunos números que nos pueden servir de utilidad y que *Mathematica* tiene implementados son el número π y el número e , que podemos encontrar en la paleta BasicMathInput o directamente escribiendo **Pi** y **E** respectivamente.

Precisión

Mathematica siempre devuelve un resultado lo más exacto posible, teniendo en cuenta el tipo de números con los que se está operando. Si no se especifica lo contrario, intenta obtener precisión infinita y por ello trabaja de forma simbólica cuando opera con fracciones o números reales que no están dados en forma decimal. Veamos cómo se obtiene la expresión decimal de un número y también cómo especificar el grado de precisión con el que queremos trabajar con el comando. Esto último se hará con el comando **N[número, precisión]**.

$$\sqrt{2}$$

$$\text{N}[\sqrt{2}]$$

[valor numérico]

$$\sqrt{2} // \text{N}$$

[valor numérico]

$$\sqrt{2.}$$

$$\text{N}[\sqrt{2}, 100]$$

[valor numérico]

1 / 3

N[1 / 3]

valor numérico

1 / 3.

1 / 3 // N

valor numérico

Aritmética básica

Las operaciones aritméticas en *Mathematica* se efectúan de acuerdo con las reglas matemáticas usuales. De esta forma, primero se efectúa la exponenciación, después la división, la multiplicación y, por último la suma y la resta. Si hay varias exponenciales anidadas, se evalúan de derecha a izquierda. Las divisiones o subtracciones consecutivas se evalúan de derecha a izquierda. En cualquier caso siempre se puede controlar el orden de las operaciones usando paréntesis.

Funciones matemáticas

En *Mathematica* hay que tener especial cuidado con la sintaxis de las operaciones que queremos realizar. Por ejemplo, *Mathematica* distingue entre mayúsculas y minúsculas, y hay que tener especial cuidado ya que los órdenes que *Mathematica* tiene implementadas comienzan todas por mayúscula. De este modo, cuando definamos nuestras propias funciones, constantes, etc, intentaremos usar sólo las minúsculas para evitar problemas.

Mathematica tiene incorporadas la mayoría de las funciones matemáticas usuales. Algunas de las que veremos a lo largo de esta asignatura son las siguientes.

Funciones trigonométricas

Sin[x], Cos[x], Tan[x], Csc[x], Sec[x], Cot[x], ArcSin[x], ArcCos[x], ArcTan[x], ArcCsc[x], ArcSec[x], ArcSec[x]

Funciones exponenciales y logarítmicas

Exp[x]: Función exponencial de base e de x .

Log[x]: Función logaritmo en base e de x .

Log[a, x]: Función logaritmo en base a de x .

Variables y funciones

Hacemos las siguientes operaciones y observamos los resultados.

a = Cos[π]

coseno

b = 3 Sin[Pi / 2] - 5

senc número pi

a + b

a * b;

A continuación vemos cómo se definen funciones con *Mathematica*, a través de algunos ejemplos.

```
f[x_] := x + 1
```

```
f[2]
```

```
f[x_] := Cos[2 x]
```

[coseno]

```
f[π]
```

Para que la función esté bien definida, la variable x no puede tener asignado ningún valor. Veamos qué pasa en los siguientes ejemplos.

```
x = 3;
```

```
f[x_] := x + 1
```

```
f[x]
```

```
Clear[x] (* este comando nos permite
```

[borra

eliminar el valor que tenga asignado la variable x *)

```
f[x]
```

```
Clear["Global`*"] (*este comando elimina todos los valores,
```

[borra

funciones, definiciones, etc. efectuadas hasta el momento*)

Representación gráfica de funciones

En este apartado veremos una introducción a la representación gráfica de funciones, quedándose para la práctica siguiente todas las opciones que lleva incorporadas el comando que ahora estudiamos.

El comando Plot

El comando que utiliza *Mathematica* para dibujar la gráfica de una función de una variable es `Plot`, con la siguiente sintaxis

Plot[función, {x, xmin, xmax}]

Veamos algunos ejemplos:

```
Plot[ $\frac{x^2 - 4}{(x + 1)(x - 1)(x - 3)}$ , {x, -4, 10}]
```

[representación gráfica]

Mathematica permite representar gráficamente de forma simultánea varias funciones, darle estilos a las gráficas, etc. Todo eso podremos desarrollarlo detenidamente en la siguiente práctica.

Resolución de ecuaciones de una variable

A continuación veremos los comandos que incorpora *Mathematica* para la resolución de ecuaciones.

Solve

Resuelve ecuaciones polinómicas de grado inferior a 5, pero también puede resolver ecuaciones de grado superior si la ecuación admite alguna simplificación. La sintaxis de este comando es

Solve[ecuación, variable]

Utilicemos este comando para resolver estas ecuaciones $x^3 - x^2 - 2x = 0$; $x^7 + 3x^6 = x^5$

Solve [$x^3 - x^2 - 2x == 0, x$]
[\[resuelve\]](#)

Solve [$x^7 + 3x^6 == x^5, x$]
[\[resuelve\]](#)

Para que Mathematica reconozca la expresión como una ecuación hay que poner "==" , es decir, teclear dos veces el signo "="

Solve también resuelve algunas ecuaciones no polinómicas, como vemos en el siguiente ejemplo:

Solve [**ArcTan** [x] - **ArcCos** [x] == 0, x]
[\[resuelve\]](#) [\[arco tangente\]](#) [\[arco coseno\]](#)

NSolve

Da una aproximación numérica de las soluciones de una ecuación. Su sintaxis es

NSolve[ecuación, variable]

Resolvamos la ecuación $x^5 - 2x = -3$

Solve [$x^5 - 2x + 3 == 0, x$]
[\[resuelve\]](#)

como vemos, no puede resolverla. Probemos con **NSolve**

NSolve [$x^5 - 2x + 3 == 0, x$]
[\[resolvidor numérico\]](#)

Hay algunas ecuaciones que, al resolverlas, nos da ciertos mensajes que debemos interpretar

Solve [**Cos** [x] * **Sin** [x] == 0, x]
[\[resuelve\]](#) [\[coseno\]](#) [\[seno\]](#)

Solve::ifun : Inverse functions are being used by Solve, so some solutions may not be found; use Reduce for complete solution information. >>

$\{ \{x \rightarrow 0\}, \{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}\}, \{x \rightarrow \frac{\pi}{2}\} \}$

NSolve [**Cos** [x] * **Sin** [x] == 0, x]
[\[resolvidor numérico\]](#) [\[coseno\]](#) [\[seno\]](#)

Solve::ifun : Inverse functions are being used by Solve, so some solutions may not be found; use Reduce for complete solution information. >>

$\{ \{x \rightarrow -1.5708\}, \{x \rightarrow 0.\}, \{x \rightarrow 1.5708\} \}$

Es decir, nos da soluciones pero nos advierte que puede que existan más.

Pero hay casos en que no nos da ninguna solución, como en el ejemplo siguiente

Solve [**1 - x * Sin** [x] == 0, x]
[\[resuelve\]](#) [\[seno\]](#)

NSolve [**1 - x * Sin** [x] == 0, x]
[\[resolvidor numérico\]](#) [\[seno\]](#)

En estos casos vamos a hacerlo con otro comando

FindRoot

Este comando aproxima las raíces de una ecuación. Los pasos a seguir son:

- asegurarnos de que la ecuación que queremos resolver tiene raíces reales. Esto se hará representando gráficamente la función.
- una vez que sabemos que tiene raíces reales utilizar el comando FindRoot, cuya sintaxis es

FindRoot[función, {x, x₀}

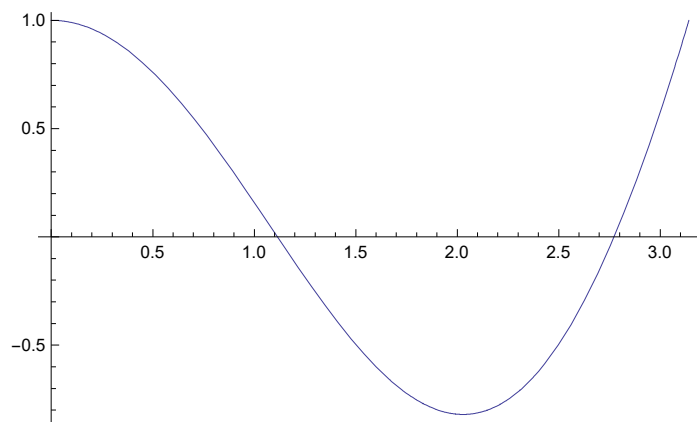
siendo x_0 un valor cercano a la raíz que nos muestra la gráfica.

Veamos el siguiente ejemplo :

Vamos a calcular las soluciones de la ecuación $1 - x \sin(x) = 0$, en el intervalo $[0, \pi]$, con este método

Plot[1 - x * Sin[x], {x, 0, π}]

[representac... [seno



Como podemos comprobar, tiene dos raíces entre 0 y π

FindRoot[1 - x * Sin[x], {x, 1}]

[encuentra raíz [seno

FindRoot[1 - x * Sin[x], {x, 3}]

[encuentra raíz [seno

{x → 1.11416}

{x → 2.7726}

Luego en el intervalo $[0, \pi]$ tiene dos raíces: $x = 1.11416$ y $x = 2.7726$

Ejercicios.

Ejercicio 1. Calcula la raíz cuadrada de 2, 3, 5 y 8, con diez, veinte, veinticinco y treinta decimales, respectivamente.

Ejercicio 2. Calcula con una aproximación de 30 dígitos las expresiones:

a) $\text{sen } 45^\circ$.

b) $(\log_2 3)^7$.

c) $\sqrt{\frac{2}{\text{sen } \frac{7\pi}{3}}}$.

Ejercicio 3. Calcula el coseno y seno de $\pi/7$.

Ejercicio 4. Define las siguientes funciones y evalúalas en 2 y 0.

a) $f(x) = \cos(x) \text{sen}(x) - \sqrt{x}$

b) $f(x) = x + \frac{\ln(x)}{2}$

c) $f(x) = 1 + e^{x+2}$

Ejercicio 5. Calcula $\frac{7}{12} \left[\frac{1}{13} + \frac{5}{32} : \left(15 - \frac{2}{3} \right) \right]$

Ejercicio 6. Resuelve las siguientes ecuaciones:

1. $x + \sqrt{x} = 2$

2. $x^{50} + 22x + 17 = 0$

3. $ax^2 + bx + c = 0$

4. $x^6 + x + 1 = 0$

5. $4x^4 - 9/4 = 5x^2$

6. $x^5 + 7 = 2x$

Ejercicio 7. Comprueba que las siguientes ecuaciones tienen una raíz y calcúlala :

1. $x^3 + 4x^2 = 10$ en el intervalo (1, 2)

2. $3x = 2 + x^2 - e^x$ en el intervalo (-2, 2)

3. $\text{Log} \left[\sqrt{x^3 + x} \right] = 0$ en el intervalo (0, 2)

4. $\text{sen}(x^2) - \cos(x) = 0$ en el intervalo $[-\pi/2, \pi/2]$