

MODELOS MATEMÁTICOS EN BIOLOGÍA ANIMAL, BIOLOGÍA VEGETAL Y ECOLOGÍA

Ecología de una reserva natural



En las páginas 81-92 de [24] se plantea el modelo que analizamos a continuación. La meseta de Kaibab es una superficie extensa y llana en el extremo norte del Gran Cañón de un millón de acres. En 1907 el presidente Roosevelt tomó la decisión de crear la Reserva Nacional de Caza del Gran Cañón, la cual incluía la Meseta de Kaibab.

Se siguió la política de prohibir la caza de ciervos y dar una recompensa para incentivar la caza de pumas que eran los depredadores naturales del ciervo. En un breve plazo de tiempo se cazaron cerca de 500 pumas. Como resultado del exterminio de pumas y de otros enemigos naturales del ciervo, la población de ciervos empezó a crecer muy rápidamente. La manada de ciervos se incrementó desde los 5000, antes de 1907, a unos 50000 en unos 15 años.

Cuando la población de ciervos creció los empleados del Servicio Forestal empezaron a advertir que los ciervos podrían agotar la comida disponible en la meseta. Durante los inviernos de 1924 y 1925 murió casi el 60% de los ciervos. La población de ciervos continuó disminuyendo durante los siguientes años, y finalmente se estabilizó en unos 10000 hacia 1940.

Para diseñar una política que gestione la población de ciervos de la Meseta de Kaibab se ha utilizado como técnica de análisis la Dinámica de Sistemas y como modelo el que se representa en el Diagrama Causal de la Figura 2.37.

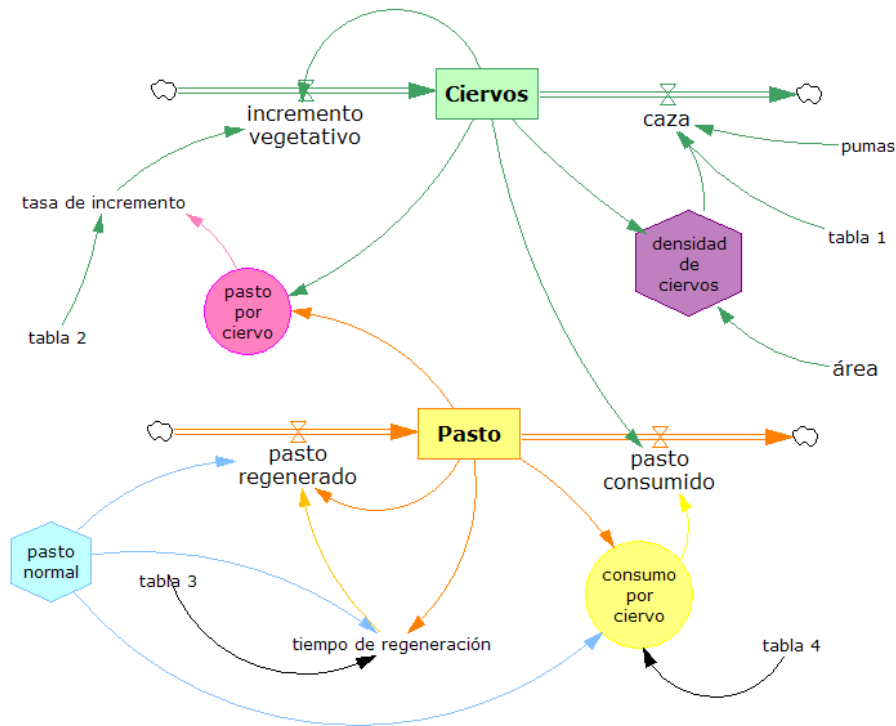


Figura 2.37. Diagrama causal.

Las ecuaciones del modelo son:

```

Ciervos = INTEG(+incremento vegetativo - caza, 5000)
Pasto = INTEG(+pasto regenerado - pasto consumido, 100000)
incremento vegetativo = Ciervos * tasa de incremento
caza = tabla 1(densidad de ciervos) * pumas
tasa de incremento = tabla 2(pasto por ciervo)
pasto por ciervo = Pasto/Ciervos
densidad de ciervos = Ciervos/area
pumas = Ciervos/area; area = 1e + 006
pasto regenerado = (pasto normal - Pasto)/tiempo de regeneracion
pasto consumido = Ciervos * consumo por ciervo
pasto normal = 100000
consumo por ciervo = tabla 4(Pasto/pastonormal)
tiempo de regeneracion = tabla 3(Pasto/pastonormal)

```

Las ecuaciones correspondientes a las cuatro tablas se han introducido mediante un Lookup y son:

$$\text{tabla 1} = [(0, 0) - (0, 1, 8)], (0, 0), (0, 0, 0, 2), (0, 0, 1, 4), (0, 0, 2, 6), (0, 1, 8)$$

$$\text{tabla 2} = [(0, -0, 6) - (20, 0, 2)], (0, -0, 6), (1, 0), (2, 0, 2), (20, 0, 2)$$

$$\text{tabla 3} = [(0, 1) - (1, 40)], (0, 40), (0, 5, 1, 5), (1, 1)$$

$$\text{tabla 4} = [(0, 0) - (1, 1)], (0, 0), (0, 2, 0, 4), (0, 4, 0, 8), (1, 1)$$

Como podemos comprobar en la Figura 2.38 después de cierta oscilación a partir del año 1950 el sistema se estabiliza.

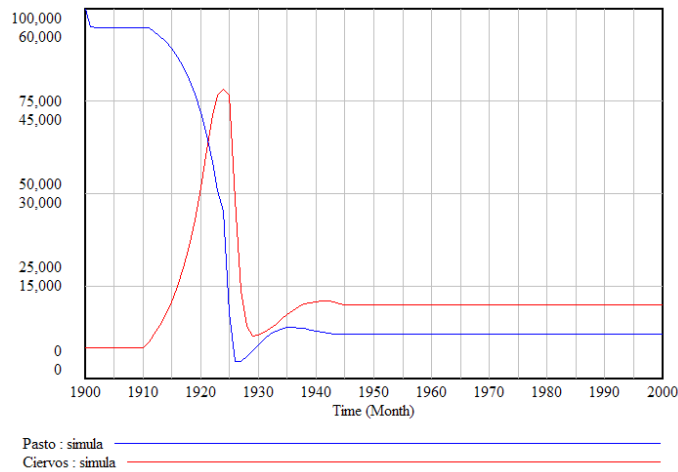


Figura 2.38. Evolución de los ciervos y el pasto disponible.

Bibliografía

- [1] ALLMAN E.S.; RHODES J.A. *Mathematical Models in Biology. An Introduction*. Cambridge University Press, (2004)
- [2] ARANA J. Seminario impartido en Palencia el 5 de abril de 2001.
- [3] BATSCHELET E.; BRAND L.; STEINER A. *On the Kinetics of lead in the human body*. Journal of Mathematical Biology 15-23, (1979).
- [4] BORRELLI R.; COLEMAN C.S. *Ecuaciones diferenciales. Una perspectiva de modelización*. Oxford University Express, Mexico, (2002).
- [5] BRITTON N.F. *Essential Mathematical Biology*. Springer-Verlag, London, (2003).
- [6] CAUGHLEY G. *Mortality patterns in mammals*. Ecology, **47**, 906-918, (1966).
- [7] CAUGHLEY G.; GUNN A. *Conservation Biology in Theory and Practice*. Blackwell Science, Massachusetts, 147-149, (1996).
- [8] CONEJERO C.M.; MARTÍNEZ FUNES J.; NAVAS J.; ESTEBAN F.J. *Aplicación de la Geometría fractal a la Ecología de Paisajes*. Departamentos de Matemática y Biología Experimental, Universidad de Jaén, (2005).
- [9] DE L HAZA I.; COBO-MOLINOS J.; GARRIDO-GARCÍA M. NAVAS J.; RUEDA P.; TORRES C.; CARÚZ A.; ESTEBAN F.J. *Fractal dimension of U373 astrocytoma cells in DMEM or RPMI cultures*. HarFA -Harmonic and Fractal Image Analysis 94-96, (2005). [http : //www.fch.vutbr.cz/lectures/imagesci/download_ejournal/221.Haza.pdf](http://www.fch.vutbr.cz/lectures/imagesci/download_ejournal/221.Haza.pdf)
- [10] ESTEBAN F.J.; NAVAS J.; JIMÉNEZ J.P.; QUESADA J.M.; GOÑI J.; VÉLEZ DE MENDIZÁBAL N.; VILLOSLADA P. *System Dynamics as a tool in Stem Cells/Tissue Engineering*. Histology and Histopathology, Suppl. 1, 150-151, (2005).
- [11] ESTEBAN F.J.; NAVAS J.; QUESADA J.M. *Aplicaciones bioinformáticas en la docencia de Modelos Matemáticos en Biología*. II Reunión de la Red de Bioninformática de Andalucía. Baeza, ESPAÑA.

- [12] FOLLARI, R. *Interdisciplinaridad, espacio ideológico*. Simposio sobre Alternativas Universitarias, UAM-Azcapotzalco, México, (1980).
- [13] FONTDEVILA, A. M. *Introducción a la genética de poblaciones*. Síntesis, Madrid 112-117,(1999).
- [14] FORESTER, J.W. *Principles of Systems*. SMIT Press, Cambridge, M.A.(1968).
- [15] GALACH, M. *Dynamics of the tumor-immune system competition. The effect of time delay*, Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.,Vol. 13, n^o 3, 395-406, (2003).
- [16] GARCÍA CASTRO A.; GARRIDO PALOMERA E., ENDRINO M.I.; NAVAS J.; ESTEBAN F.J. *Dimensión Fractal de Imágenes MRI-T2 en la enfermedad de Alzheimer*. Departamentos de Matemáticas y Biología Experimental, Universidad de Jaén, (2005).
- [17] HANNON B.; RUTH M. *Modeling Dynamic Biological Systems*. Systems Springer, New York 82-86, (1997).
- [18] HANNON B.; RUTH M. *Modeling Dynamic Biological Systems*. Systems Springer, New York 65-68, (1997).
- [19] HARTLOVE J.; SHAFFER D.; RAGAN S. *Glucose-Insuline Model*. The Maryland Virtual High School of Science and Mathematics, (2001).
- [20] HORN H.S. *The ecology of secondary succession*. Annual Review of Ecology and Systematics 5:25-37, (1974).
- [21] LEMAIRE V.; TOBIN F.L.; GRELLER L.D.; CHO C.R.; SUVA L.J. *Modeling the interactions between osteoblast and osteoclast activities in bone remodeling*, Journal of Theoretical Biology, 229, 293-309, (2004).
- [22] LI B.L. *Ecological Modelling*, 132, 33-50, (2000).
- [23] MANDELBROT B. *The Fractal Geometry of Nature*, Eds. W.H.Freeman and Company, New York, (1983).
- [24] MARTÍN-GARCÍA J. *Teoría y Ejercicios Prácticos de Dinámica de Sistemas*, Barcelona, (2003).
- [25] NOWAK M.A.; MAY R.M. *Virus Dynamics*, Oxford University Press, New York 16-26, (2000).
- [26] MARUSIC M., BAJZER Z., FREYER J.P.; VUC-PAVLOVIC, S. *Analysis of growth of multicellular tumour spheroids by mathematical models*. Cell, Prolif., **27**, 73-94, (1994).

- [27] NAVAS J.; QUESADA J.M.; GOÑI J.; VÉLEZ DE MENDIZÁBAL N.; VILLOSLADA P.; ESTEBAN F.J. *Glioma-Immune evasion: a system dynamics approach*. proceedings of the II International Conference on Computational Bioengineering, 699-710, Rodrigues et al. (Eds.), IST Press, ISBN: 972-8469-37-3, (2005).
- [28] ORTEGA H. *Un modelo logístico para el crecimiento tumoral en presencia de células asesinas*. Revista Mexicana de Ingeniería Biomédica, volumen **XX**, nº 3, 61-67, (1999).
- [29] RIOS, S. *Modelización*, Alianza Universidad, Madrid, (1995).
- [30] SERRANO C.; RODRÍGUEZ I.; MARTOS D.; NAVAS J.; ESTEBAN F.J. *Geometría Fractal de la Sustancia Blanca Cerebral durante el desarrollo de Esclerosis Múltiple*. Departamentos de Matemáticas y Biología Experimental, Universidad de Jaén, (2005).
- [31] WARTON D.A.; GRAHAM W. *An approach to the teaching of host-parasite population modelling*. International Journal for Parasitology vol. 19; 451-45, (1989).
- [32] WERNER P.A.; CASWELL H. *Population growth rates and age vs. stage distribution models for teasel (*Dipsacus sylvestris*) Huds.* Ecology 58: 1103-1111, (1977).