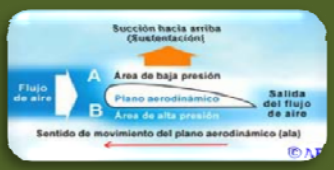
Bernoulli y los aviones

Los comienzos de la aviación se pueden buscar desde los días en que el hombre primitivo miro a las aves volar y deseo poder hacer lo mismo. Desde sus inicios, la humanidad ha querido conquistar los cielos, y durante toda su historia ha tratado de volar, aunque sin mucho éxito hasta hace poco tiempo. Curiosamente un matemático, Daniel Bernoulli, en el trascurso de su vida encontró una ecuación mágica que revela el secreto del vuelo. Como consecuencia, su reputación científica se elevaría… lo mismo que la mente, el cuerpo y el espíritu de la especie humana.

¿Por qué vuela un avión?

Sobre un avión en vuelo actúan cuatro fuerzas fundamentales: Peso (W), Resistencia (D), empuje (T) y levantamiento o sustentación (L), siendo esta última la fuerza de ascensión que permite al avión mantenerse en el aire. La sustentación sólo se puede crear en presencia de un fluido, es decir, de la masa de aire que existe dentro de la atmósfera terrestre. Ni la sustentación ni la resistencia se producen en el vacío. Por esa razón las naves espaciales no necesitan alas para moverse en el espacio exterior donde no hay aire, con excepción de los transbordadores que sí la necesitan para maniobrar a partir del momento que reingresan en la atmósfera terrestre y poder después aterrizar.

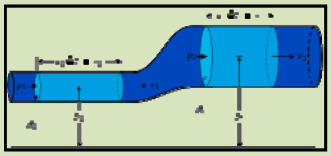


Para explicar la creación de la fuerza de sustentación, Bernoulli relaciona el aumento de la velocidad del flujo del fluido con la disminución de presión y viceversa. Cuando el aire choca contra el borde del ala de un avión, cuya superficie superior es curva y la inferior plana se produce una separación de partículas. Aquellas que se mueven por la parte curva superior se moverán a mayor velocidad puesto que al moverse por la línea curva han de recorrer un camino más largo. Esta diferencia de velocidad provoca que por encima del plano aerodinámico se origine un área de baja presión, mientras que por debajo aparecerá, de forma simultánea, un área de alta presión. Como resultado, estas diferencias de presiones por encima y por debajo de las alas provocan que la baja presión lo succione hacia arriba, creando una fuerza de levantamiento o sustentación , que una vez vencida la oposición que ejerce la fuerza de gravedad sobre el avión, permite mantenerlo en el aire.

Aunque esta es la explicación más aceptada de cómo se crea la sustentación, sin embargo, no es completamente cierta, pues si así fuera ningún avión podría volar de cabeza como lo hacen los cazas militares y los aviones de acrobacia aérea cuyas alas además son simétricas. De cualquier forma la teoría de Bernoulli no es completamente errónea, pues durante el vuelo el aire se mueve más rápido por arriba que por debajo del ala.

El Principio de Bernoulli describe el comportamiento de un fluido moviéndose a lo largo de una línea de corriente y expresa que en un fluido ideal (sin viscosidad ni rozamiento) en régimen de circulación por un conducto cerrado, la energía que posee el fluido permanece constante a lo largo de su recorrido:

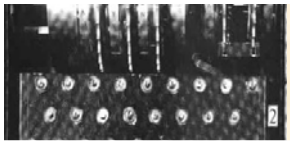
$$P + \rho \times \tfrac{1}{2}v^2 = \text{Constante}$$



donde P es la presión a lo largo de la línea de corriente, ρ es la densidad del fluido y v es la velocidad del fluido en la sección

Daniel Bernoulli (1700-1782) fue un matemático, estadístico, físico y médico, hijo y sobrino de matemáticos . Destacó no sólo en matemática pura, sino también en las aplicadas, de hecho se le considera el primer matemático aplicado de la historia. Hizo importantes contribuciones a la teoría de probabilidades, hidrodinámica y elasticidad.

En 1738 publicó su obra 'Hidrodinámica', en la que expone lo que más tarde sería conocido como el Principio de Bernoulli. Es notorio que mantuvo una mala relación con su padre a partir de 1734, año en el que ambos compartieron el premio anual de la Academia de Ciencias de París, éste lo llegó a expulsar de su casa e incluso publicó un libro "Hydraulica" en el que trató de atribuirse los descubrimientos de su hijo en esta materia.

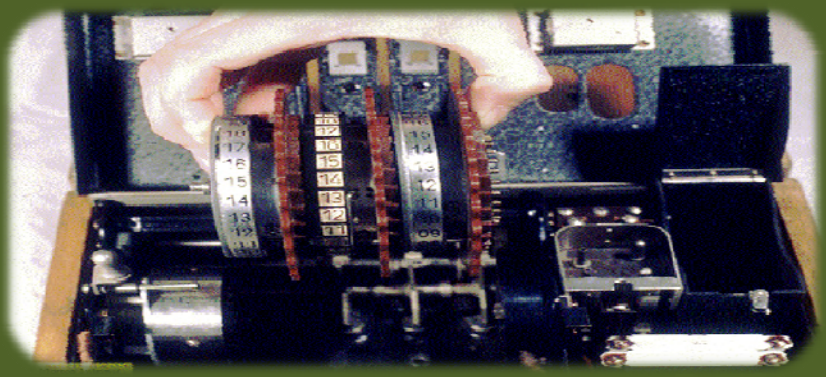


Turing y la máquina enigma

Enigma fue el sistema usado por el ejército alemán en sus comunicaciones durante la II Guerra Mundial. Su fiabilidad se basaba en el uso de un mecanismo de cifrado rotatorio. El descubrimiento del sistema de cifrado, y la lectura de la información contenida en los mensajes se considera la causa de que la Guerra concluyera mucho antes de lo que hubiera acaecido sin él. Uno de los artífices de Bletchley Park para descifrar los códigos secretos fue el matemático, informático teórico, criptógrafo y filósofo Alan Turing.

La máquina Enigma

Durante la Segunda Guerra Mundial, la matemática jugó un papel importante y no sólo aplicada a la estrategia militar sino también para cifrar y descifrar mensajes. En aquellos años se utilizó un artilugio parecido a las antiguas máquinas de escribir, conocido como máquina Enigma, cuyo funcionamiento se basaba en la teoría de grupos simétricos. En concreto, esta máquina cifraba mensajes usando permutaciones del conjunto de letras del alfabeto. Constaba de tres partes fundamentales: el teclado, mediante el cual se introducía el mensaje que se quería cifrar, el sistema de codificación formado por varios discos circulares o rotores conectados entre sí y un panel de luces, una por letra, en el que aparecía iluminada la letra codificada que había que transmitir.



En definitiva, para cifrar un mensaje sólo había que cambiar las letras del texto original por aquellas que nos indicaba la máquina. Para obtener el mensaje original sólo había que teclear las letras del mensaje cifrado y, si la configuración inicial de la máquina era idéntica a la usada para cifrar, ésta nos devolvía las letras del texto original. La configuración inicial se basaba en la elección de los rotores y en la posición inicial de estos. La gran cantidad de maneras en las que la máquina se podía configurar hizo que este artefacto fuese un sistema de cifrado muy protegido.

Para romper los códigos de la máquina Enigma y permitir a los aliados anticipar los ataques y movimientos militares del ejército alemán, Turing diseñó una máquina electromecánica conocida como la "bombe" que se utilizaba para eliminar una gran cantidad de claves enigma candidatas.

Para cada combinación posible se implementaba eléctricamente una cadena de deducciones lógicas, la máquina anterior detectaba cuándo encontraba una contradicción y desechaba la combinación.

Creada para facilitar la comunicación secreta entre comerciantes, sucesivas modificaciones la hicieron cada vez más segura hasta el punto de ser usada por el ejército nazi en la II Guerra Mundial. Sin embargo, pese a la supuesta inviolabilidad, su sistema de codificación fue descubierto, como se relata en películas como Enigma (2003) o U-571 (2001), lo que permitió a los aliados descifrar los mensajes del ejército nazi y contribuyó a que el final de la guerra llegará antes. Realidad o ficción, lo que si es cierto es que el descodificado de mensajes se obtuvo gracias al uso de técnicas matemáticas y estadísticas. Gran parte del éxito fue debido al matemático inglés Alan Turing (1912-1954), considerado hoy uno de los padres de la Ciencia de la Computación y precursor de la informática moderna.

Newton y el viaje a la luna

En una década nefasta para Estados Unidos, el éxito de la NASA, respondía al impulso humano irresistible de explorar lo desconocido, derrotando a los soviéticos y también cumpliendo un deseo expresado por primera vez por el astrónomo Johannes Kepler en su obra "Somnium" (1634), la primera obra de ciencia ficción de la historia, el viaje del hombre a la luna, que posteriormente en 1865, Julio Verne en ciertos aspectos casi predijo en su obra "De la Tierra a la Luna". En 1969 la misión de la NASA fue exitosa solo porque Newton nos había proporcionado el medio matemático para descubrir el camino la Luna.

Viaje a la luna

Las matemáticas están presentes en los vuelos espaciales, que serían inviables sin ellas. Para realizar un vuelo espacial, además del diseño y construcción del vehículo, es necesario calcular la trayectoria idónea para llegar a su destino. Newton con su ecuación gravitatoria nos proporcionó la herramienta que se necesita para este cálculo.

El objetivo de las matemáticas durante la fase de lanzamiento es fijar la posición y el tiempo de operación de un sistema de masa variable, como es el cohete, en un medio sometido a las leyes de la mecánica celeste y a diferentes perturbaciones como son la interacción gravitatoria, la atmósfera y el medio interplanetario, que obliga a corregir la trayectoria.

Utilizando la ecuación de Newton los astrónomos habían calculado durante años la órbita lunar de manera que se estaba en condiciones de conocer en cualquier momento en qué lugar estaría el blanco lunar. Además calculando como disminuía la gravedad de la Tierra en todos los puntos de la ruta a la Luna, la NASA había sido capaz de determinar el tamaño del cohete. Por otra parte, para proporcionar a sus cohetes un 5% más de propulsión, se eligió desde el principio los lanzamientos desde Cabo Cañaveral, zona cercana al ecuador en la que el efecto de giro terrestre se nota mas que en ningún otro lugar del país, es decir, desde este punto los objetos recibían la mayor fuerza centrífuga ya que el ecuador es la zona mas alejada del eje de la Tierra. Para aprovechar el impulso los cohetes se lanzan hacia el este, a favor del giro de la Tierra.

El calculo era complicado porque exigía la aplicación de la ecuación de Newton a tres objetos , problema de los tres sólidos, (Tierra, Luna y nave espacial) conforme la nave espacial avanzara, irían cambiando constantemente sus respectivas distancias a la Luna y la Tierra y en consecuencia los tirones gravitatorios entre ella y los otros dos cuerpos.

Este cálculo sólo podía hacerse de forma aproximada y lo anterior ni siquiera habría sido posible sin la ayuda de los ordenadores. Finalmente, la ruta más segura y más barata mediante la cual los astronautas viajarían a la Luna y volverían de ella era parecida a un ocho.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

Ley de la Gravitación Universal: "La fuerza que ejerce una partícula de masa m_1 sobre otra de masa m_2 es directamente proporcional al producto de las masas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa"

Sir Isaac Newton

Nació en el condado de Lincolnshire (Inglaterra) el 25 de diciembre de 1642 y murió en Londres el 20 de marzo de 1727. Calificado a menudo como el científico mas grande de todos los tiempos. Físico, filósofo, matemático y alquimista, autor de los "Principia", donde describe la ley de gravitación universal y establece las bases de la mecánica clásica mediante las leyes que llevan su nombre. Newton fue el primero en demostrar que las leyes naturales que gobiernan el movimiento en la Tierra y las de los cuerpos celestes son las mismas.

Comparte con Leibniz el desarrollo del cálculo integral y diferencial. También destacan sus trabajos sobre la naturaleza de la luz y sobre óptica.

RSA, seguridad y Leonhard Euler

Una antigua rama de las matemáticas, la Teoría Elemental de Números es la base de muchas de las tecnologías actuales: Internet, cámaras digitales, MP3, DVD,…. ¿Quién les iba a decir a Euclides (siglo III A.C.), Fermat (1601-1665) o Euler (1707-1783), entre otros, que sus teorías se iban a usar con tanta frecuencia? Sirva como ejemplo su uso a la hora de intercambiar información de forma segura a través de Internet. Actualmente sin salir de casa, a través de Internet, podemos realizar compras, firmar documentos, hacer operaciones bancarias, etc. Para lo que es necesario intercambiar información delicada, siendo el método más usado y que tiene como base esta teoría el conocido como RSA.

RSA

El método RSA debe su nombre a Ronald Rivest, Adi Shamir y Leonard Adleman quienes lo desarrollaron en 1978. Se basa en el hecho de que no existe una forma eficiente de factorizar (descomponer) un número enorme (de más de 200 cifras) que sea producto de dos grandes primos (sólo puede dividirse de forma exacta por 1 y por sí mismo) en un tiempo útil.

Este método está instalado en cada navegador web, quien en milésimas de segundo encuentra números primos con más de 100 dígitos, genera las claves, las intercambia y las usa cuando estamos en páginas seguras.

En primer lugar convertimos el mensaje en un número, usualmente cambiando cada letra por dos dígitos que indican la posición de ésta en el alfabeto, así A = 01, B = 02,…, Z = 27. Para construir la clave que cifra el mensaje sólo se necesita dos números primos p y q. Llamamos n = pq a su producto y calculamos a = (p – 1)(q – 1) + 1. Finalmente, buscamos un divisor entero d de a y calculamos e = a /d. Con estos datos ya tenemos la clave: para cifrar sólo tenemos que elevar el mensaje de partida a d, dividir entre n y el resto m de esta división será el mensaje encriptado. Para descifrar, elevamos m al número e, dividimos entre n, y el resto de esta operación es el mensaje de partida. Todo esto es una consecuencia de un conocido resultado de teoría de números, el Teorema de Euler-Fermat.

Leonhard Euler

Nació en Basilea en 1707 y murió en San Petersburgo en 1783. Es considerado uno de los grandes matemáticos de todos los tiempos. Ha sido uno de los matemáticos más prolíficos, realizando importantes descubrimientos en diversas áreas. También introdujo gran parte de la terminología y notación matemática. Asimismo se le conoce por sus trabajos en los campos de la mecánica, óptica y astronomía.

El teorema de Euler-Fermat, generaliza el pequeño teorema de Fermat:
"Si a y n son enteros primos relativos, entonces n divide al entero $a^{\phi(n)} - 1$"
Donde ϕ(n) es la función de Euler y viene dada por la cantidad de enteros entre 1 y n que son primos relativos con n, es decir, el único divisor común con n es el 1.