



LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE SUS PROTAGONISTAS.

LOS ORÍGENES

¿Dónde tuvo su origen las matemáticas?

Desde que los pueblos primitivos decidieron establecerse en una zona determinada construyendo vivienda y dedicándose a la agricultura y a la domesticación de los animales hacia el 10000 a.C., las matemáticas elementales tuvieron el desarrollo muy lento. Por otra parte, la existencia de un gran número de civilizaciones sin matemáticas, nos indica lo disperso que estuvo en la antigüedad el estudio de esta ciencia.

Las matemáticas entendidas como una disciplina bien organizada no existían antes de la civilización griega, en torno al 600 o 300 a.C., aunque existieron civilizaciones anteriores que desarrollaron los rudimentos primarios de esta ciencia. Muchas de estas culturas no llegaron más que a distinguir entre uno, dos y muchos; mientras que otras consiguieron acceder a números muy grandes e incluso fueron capaces de operar con ellos. Otras civilizaciones llegaron a reconocer los números como entes abstractos, adoptando nombres para cada uno de ellos y símbolos para representarlos, incluso introdujeron el uso de una base como el diez, el veinte o el sesenta.

LAS MATEMÁTICAS EN BABILONIA

Los ríos Tigris y Éufrates nacen en las montañas de Turquía y discurren, la mayor parte de su recorrido, por unas fértiles llanuras de lo que hoy llamamos Irak, desembocando en el Golfo Pérsico. Esta región es conocida como Mesopotamia, que en griego significa “entre ríos”. Estas llanuras eran extremadamente fecundas en animales y vegetación y un imán para que el ser humano las habitara, propiciando un cambio radical en su estilo de vida.

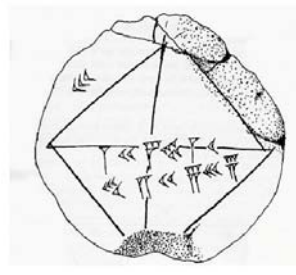


Aproximadamente en el año 9000 a.C. los humanos que vivían en estas llanuras pasaron de ser cazadores-recolectores a ser agricultores. Este cambio de vida obligó a la permanencia en una región y como consecuencia a la creación de grandes ciudades y a su administración. Ciudades como Nínive, Uruk, y sobre todo Babilonia, con sus famosos jardines colgantes y la torre de Babel, han llegado hasta

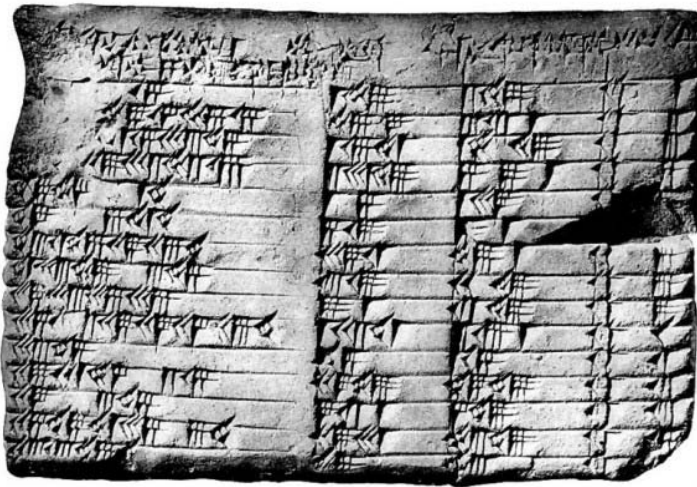
nosotros a través de la Biblia. Los babilonios vivieron entre el 2000 y el 500 a.C. en las orillas del Éufrates y reunieron a las culturas Sumeria y Arcadia.

Como su objetivo principal era el estudio de la astronomía, posiblemente por motivos religiosos y agrícolas, necesitaban una herramienta adecuada para ello y por tal razón precisaban conocer y elaborar unas matemáticas.

Los primeros conceptos de trigonometría fueron aplicados, por los babilonios, en los estudios sobre astronomía, en concreto en el cálculo de la posición de cuerpos celestes y la predicción de sus órbitas. Le debemos la invención de las doce constelaciones del Zodiaco y la división de una circunferencia en 360 grados ($12 \times 30 = 360$). También elaboraron calendarios y el cálculo del tiempo (una hora = sesenta minutos; un minuto = sesenta segundos). Aunque conocían el teorema de Pitágoras probablemente no llegaron a demostrarlo, pero encontraron una muy buena aproximación de la raíz cuadrada de dos. Sabían resolver cualquier ecuación de segundo grado y algunas ecuaciones de tercer grado.



Conocemos muy bien la cultura de estos pueblos ya que escribían sobre tablillas de arcilla fresca, que se cocían al sol, con un tipo de escritura llamada cuneiforme. Este sistema de escritura fue descifrado a mediados del siglo XIX por *George Grotefend* y *Henry Creswicke*. Al contrario de otras civilizaciones, si se producía un incendio las tablillas no se destruían ya que se convertían en cerámica y se hacían más resistentes. Con la destrucción de estos pueblos, las ciudades quedaron sumergidas en la arena y cientos de miles de estas tablillas, con su valioso tesoro de información, esperaron a ser descubiertas. Los caballeros que lucharon en las Cruzadas regresaban a Europa con restos de estas civilizaciones, pero fue *Claudis Rich*, a comienzos del XIX quien excavó esos extraños montículos en Irak, que



resultaron ser las ruinas de esas antiguas ciudades. En la actualidad se conservan cerca de un millón de estas tablillas, quinientas de ellas dedicadas a las matemáticas. Por lo tanto, tenemos pruebas documentales que es en Babilonia donde se inicia la historia escrita de nuestra civilización.

La elaboración de las tablillas era obra de los escribas y existían escuelas, parecidas a las nuestras, para la educación de los hijos de la clase más adinerada. La educación en Babilonia era de tal calidad que los hijos de los nobles extranjeros estudiaban, 24 días al mes, en las escuelas de escribas, que se llamaban la Casa de las Tablillas. Existía un director, un tutor por clase, y profesores especialistas en sumerio y en matemáticas.

Con la creación de grandes ciudades era necesario el comercio y la recaudación de impuestos y para ello eran imprescindibles los números. Por tal razón, en un principio, uno de los primeros objetivos de las matemáticas eran los números y los babilonios los

estudiaron de manera sistemática. En lugar de nuestro sistema posicional decimal, basado en potencias de diez, ellos inventaron un sistema sexagesimal, basado en potencias de sesenta. ¿Por qué sesenta? Posiblemente por la gran cantidad de divisores que tiene (1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 y 60) lo que facilita las operaciones cuando hay que repartir cierta cantidad entre un número de personas. Una cuña sencilla representaba al 1 y una marca en forma de flecha representaba al 10. Los números menores que 59 estaban formados por estos símbolos utilizando un proceso aditivo. El número 60, sin embargo, se representaba con el mismo símbolo que el 1, y a partir de ahí, el valor de un símbolo venía dado por su posición en el número completo. Por ejemplo, un número compuesto por el símbolo del 2, seguido por el del 27 y terminado con el del 10, representaba $2 \times 60^2 + 27 \times 60 + 10$. Este mismo principio fue ampliado a la representación de fracciones, de manera que el ejemplo anterior podía también representar $2 \times 60 + 27 + 10 \times (1/60)$, o $2 + 27 \times (1/60) + 10 \times (1/60^3)$.

Con este tipo de notación existía un problema. Si sólo aparecían tres cuñas altas, podría significar un 3, 3×60 , o 3×60^2 . Posteriormente los babilonios eliminaron este inconveniente haciendo uso de un par de cuñas en diagonal para indicar que no aparecía ningún número en un espacio dado. En realidad, sin darse cuenta, habían inventado el cero.

1		11		21		31		41		51	
2		12		22		32		42		52	
3		13		23		33		43		53	
4		14		24		34		44		54	
5		15		25		35		45		55	
6		16		26		36		46		56	
7		17		27		37		47		57	
8		18		28		38		48		58	
9		19		29		39		49		59	
10		20		30		40		50			

Sistema de numeración babilonio

Como es natural, los sistemas de numeración han sido muy diversos dependiendo de la cultura que hacía uso de ellos. Por ejemplo, estamos relativamente acostumbrados al sistema romano donde MMX representa al número 2010, o en la cultura griega, donde la letra β significaba 2 y σ representaba al 200. Sin embargo, el gran inconveniente de estos sistemas de numeración era el de no ser posicional.

En relación con Mesopotamia, los registros más antiguos datan del 3500 a.C. y terminan en el 539 a.C, fecha en la que estos territorios fueron conquistados por Persia. Las matemáticas babilónicas eran totalmente prácticas, siendo la aritmética la protagonista, centrándose especialmente en las medidas y en la geometría. Con el paso del tiempo sus matemáticas llegaron a ser más elaboradas llegando a encontrar las raíces positivas de cualquier ecuación de segundo grado o de hacer uso del teorema de Pitágoras, encontrando el valor aproximado de la raíz cuadrada de dos. Almacenaron gran cantidad de tablas para multiplicar y dividir, incluso para sumar progresiones aritméticas. Sin embargo, para ellos los conceptos matemáticos como axiomas o demostraciones carecían de total interés.



LAS MATEMÁTICAS EN EGIPTO

La civilización egipcia se desarrolla simultáneamente a la babilonia. Los primeros pobladores abandonaron la vida nómada y se asentaron en la fértil ribera del río Nilo aproximadamente 6000 a.C. siendo su máximo esplendor alrededor del año 2500 a.C. Estas llanuras eran unas zonas extraordinarias para cultivar después de las inundaciones anuales de las tierras contiguas al río. Pero este fenómeno acarrea dos problemas importantes ¿cuándo sucederá la próxima inundación? y ¿cómo volver a marcar la tierra para repartirla? Para resolver el primer problema era forzoso confeccionar un calendario y para ello se hacía necesario contar, por ejemplo, cuantos días pasaban entre las fases lunares, o entre dos inundaciones. Por lo tanto, era obligatorio registrar patrones. Para el segundo problema era inevitable medir longitudes, calcular áreas y construir figuras geométricas. Los aparejadores del faraón tenían que saber calcular el área de parcelas irregulares de tierra.



Las cuatro grandes potencias 1500 a.C.

Los egipcios escribían sobre un material muy delicado llamado papiro y a través de ellos conocemos muy bien la estructura y el nivel matemático del Antiguo Egipto. La expedición napoleónica del 1797 encontró la piedra Rosetta que permitió la traducción de la escritura egipcia. De entre todos los que se han descubierto los más famosos, relacionados con las matemáticas, son el Papiro de Moscú y el Papiro Rhind siendo los tratados matemáticos impresos más antiguos que poseemos. El Papiro Rhind fue copiado por un escriba llamado *Ahmes* en el año 1900 a.C. como cuaderno de clase de un estudiante. Fue

descubierto por *A.H. Rhind*, un anticuario y egiptólogo escocés que visitó Egipto por motivos de salud a mediados del siglo XIX. En Luxor compró a un anticuario ilegal un papiro, que se había encontrado en las ruinas de un antiguo edificio de Tebas. Al inicio puede leerse el siguiente texto:

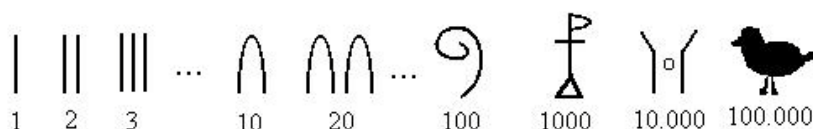


Cuidadoso cálculo para penetrar en las cosas, en el conocimiento de todas las cosas que existen, misterios... todos los secretos. Este libro fue copiado en el año 33, mes cuarto de la estación de la inundación (bajo la majestad del) Rey del (Alto y) Bajo Egipto, "A-user-Ré", goce de vida, fielmente de un escrito antiguo realizado en el tiempo del Rey del Alto (y Bajo) Egipto, (Ne-mal) 'et-Ré'. Mirad, el escriba Ahmés escribió esta copia.

El papiro Rhind es un rollo de 6 metros de largo y 33 centímetros de ancho. Se encontraba roto en dos pedazos y le faltaban algunos fragmentos, que aparecieron medio siglo después en los archivos de la Sociedad Histórica de New York. En él aparecen 85 problemas de la vida cotidiana resueltos a modo de recetas, relacionados con cuestiones aritméticas básicas, fracciones, cálculo de áreas (de triángulos, trapezoides y rectángulos, y la superficie del círculo), volúmenes (cilindros y prismas), progresiones, repartos proporcionales, reglas de tres, ecuaciones lineales y trigonometría. Actualmente se conserva en el Museo Británico de Londres.

El papiro de Moscú tiene la misma longitud que el de Rhind pero sólo tiene 9 centímetros de largo. Se redactó en torno al año 1890 a.C. y aparecen veinticinco problemas resueltos del tipo a los descritos en el papiro Rhind.

El sistema de numeración que utilizaban era en base diez (decimal) pero no posicional como el actual. Existían símbolos distintos para cada una de las potencias de diez, muy parecidos al que posteriormente adoptaron los romanos. En número deseado se obtenía por yuxtaposición de estos símbolos.



Por ejemplo, los números 23 y 12,257 se escribían:

$$\cup \cup ||| = 23, \quad \gamma \circ \left(\begin{array}{c} \triangle \\ | \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \triangle \\ | \end{array} \right) \cup \cup \cup \cup ||| = 12.257$$

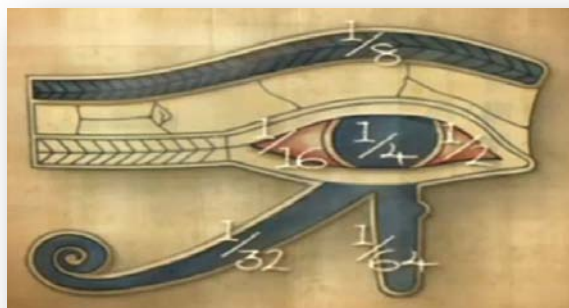
Para sumar números se sumaban por separado las unidades, decenas, centenas, etc. En cambio para multiplicar dos números se basaban en multiplicaciones sucesivas, algo parecido a lo que hoy conocemos como sistema binario. El proceso de la división era inverso al de la multiplicación.

Utilizaban suma de la fracción $1/n$ junto con la fracción $2/3$ para representar al resto de las fracciones. De esta manera la fracción $2/7$ la escribían como $1/4 + 1/28$. Con estos métodos podía encontrar las soluciones de problemas aritméticos con fracciones y problemas algebraicos elementales.



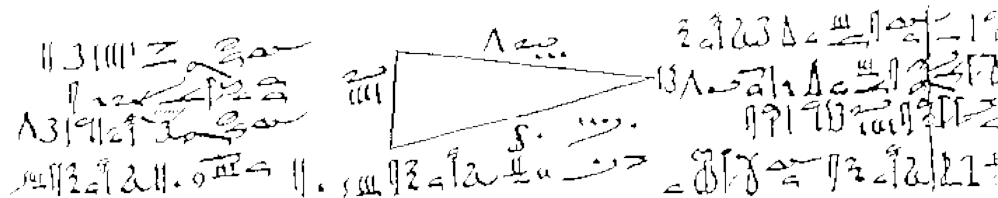
La unidad de longitud era el codo o cubit equivalente a 4.57 centímetros, cuya medida fue variando a lo largo de los siglos y las distintas dinastías.

La unidad de volumen, para medir los cereales, era el heqat cuyo valor aproximado era de 4.8 litros y se representaba mediante el ojo de Horus. Cada una de las partes del Ojo de Hurus era una fracción de heqat y cuya división era tal y como aparece en la figura siguiente.



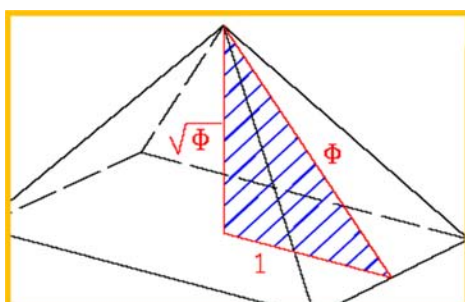
La geometría egipcia fue la precursora de la babilónica y especialmente de la griega. Los especialistas en trabajar con triángulos recibían el nombre de anudadores, ya que

hacían nudos sobre una cuerda a igual distancias. Se han encontrado en algunas de las tumbas excavadas cuerdas de 12 nudos que servían para trazar ángulos rectos. Es decir, desconocían el teorema de Pitágoras como tal pero conocían la relación entre la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo, aunque no lograron demostrarlo.



En el problema 48 del papiro Rhind aparece un interesante problema geométrico ya que compara el área de un círculo con el área del cuadrado circunscrito. El ejercicio se resuelve comparando el área buscada con el área de figuras conocidas. En el papiro se menciona que el área del círculo de 9 unidades de diámetro coincide con el área de un cuadrado de 8 unidades de lado. Conocida el área del círculo es muy fácil encontrar un valor aproximado del número π dado por 3.1605

En relación con la astronomía, la opinión es que su nivel estaba por debajo de los babilonios. No obstante, los egipcios lograron una determinación del año y un calendario bastante útiles. Lo que sí llama la atención es una combinación de astronomía y geometría para la edificación de templos que son hasta nuestros días un símbolo emblemático de esta civilización: las pirámides. Algunos historiadores de las matemáticas opinan que eran conocedores del número áureo ya que en el papiro Rhind se menciona un cociente sagrado que fue utilizado para la construcción de la gran pirámide de Giza. El cociente entre la longitud de una cara y la distancia desde el centro de la base al centro exacto de la base cuadrada de la pirámide es aproximadamente 1.62. Posiblemente la atracción que sentimos ante la visión de estas extraordinarias estructuras tenga que ver con el concepto de belleza que este número encierra.



A lo largo de esta sección hemos podido comprobar el tipo de matemáticas elaborada por los egipcios. Se ha comentado que sus cálculos no eran abstractos, ya que buscaban lo más práctico. Al contrario que a los matemáticos griegos, como tendremos ocasión de ver, no les preocupó la resolución teórica ni la reflexión sobre problemas matemáticos, sino su inmediata aplicación práctica. Pero, sin embargo, fueron precursores. Su civilización fue el centro del saber de su tiempo lo que obligaba a los más importantes matemáticos griegos viajar por Egipto y Babilonia aprendiendo de estos pueblos y de su cultura.



LAS MATEMÁTICAS EN GRECIA

En la primera década del siglo IV a.C. los griegos extendieron su dominio hasta la antigua Mesopotámia, e incorporaron los conocimientos babilónicos a su cultura. Gran parte de los grandes matemáticos de esta época vivieron en la ciudad de Alejandría. Esta ciudad fue creada por el gran *Alejandro Magno*, el cual se hizo cargo del imperio con 20 años, una vez que su padre *Filipo II de Macedonia* fue asesinado. En el año 322 a.C conquistó Egipto y a continuación gran parte del mundo conocido.



La ciudad de Alejandría fue diseñada por *Donocrates* en el año 334 a.C. y llegó a ser el puerto de mar más importante de la antigüedad con su emblemático faro que formó parte de unas de las maravillas del mundo. Lo más destacado de esta ciudad era su Biblioteca, cuya misión y estructura era muy similar a nuestras actuales universidades y donde estudiaron importantes matemáticos de la antigüedad, como por ejemplo *Euclides*.



La ciudad de Alejandría fue destruida tras la toma de Egipto por rebeldes mahometanos, los libros fueron destruidos basándose en la proclama dada por *Omar*, el conquistador árabe: “*Los libros, o bien contienen lo que ya está en el Corán, en cuyo caso no tenemos que leerlo, o bien contienen lo contrario de lo que está en el Corán, en cuyo caso no debemos leerlo*”

Apoyándose en la herencia de las matemáticas egipcias y babilonias, construyeron los cimientos de nuestras matemáticas actuales, con la invención de las matemáticas basadas en definiciones, axiomas, teoremas y demostraciones. Es difícil establecer el inicio de las matemáticas griegas, aunque muchos autores consideran que comienzan en el siglo VI a.C. con *Thales de Mileto* y especialmente *Pitágoras de Samos*.



Pitágoras

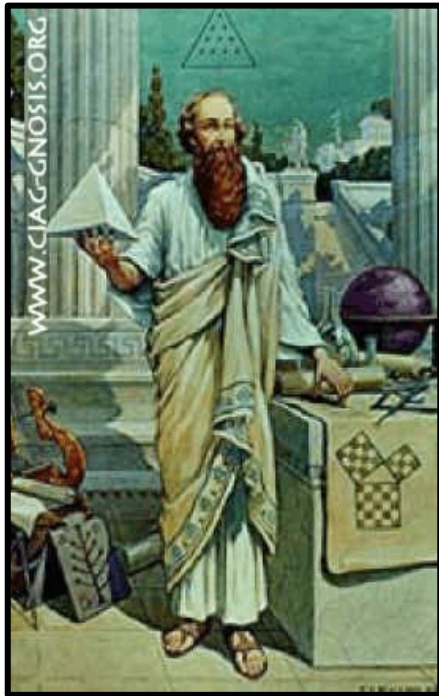
En 1973 la Academia de Ciencias de Göttingen le concedió al matemático soviético I.R. *Shafarevich* el premio *Heinemann*, por la importancia de su investigación matemática. Con tal motivo pronunció un discurso en el que comentó:

“La matemática como ciencia nació en el siglo VI a. C. en la comunidad religiosa de los pitagóricos y fue parte de esta religión. Su propósito estaba bien claro. Revelando la armonía del mundo expresada en la armonía de los números proporcionaba un sendero hacia una unión con lo divino. Fue este objetivo elevado el que en aquel tiempo proporcionó las fuerzas necesarias para un logro científico del que en principio no puede darse parangón. Lo que estaba en juego no era el descubrimiento de un bello teorema ni la creación de una nueva rama de la matemática, sino la creación misma de las matemáticas.”

El nacimiento del pitagorismo es uno de los fenómenos más interesantes en la historia de la ciencia. Surgió, se desarrolló y se expandió como un modo de vida religioso. Su cultura estaba basada en entender al universo como un cosmos, en contraposición al caos, es decir como un todo ordenado y organizado de acuerdo con leyes asequibles a la razón humana.

Las invasiones persas acercaron a los griegos a las milenarias culturas orientales con su abigarrado espíritu religioso y su actitud mística y contemplativa. Junto con esta vena

mística del espíritu, la cultura oriental había realizado admirables conquistas de la razón, plasmadas, por ejemplo, en los desarrollos astronómicos y aritméticos de los babilonios más de un milenio antes de que Pitágoras naciese.



Lo que sobre la vida de *Pitágoras* se conoce está muy deformada y mitificada aunque lo que se sabe con relativa seguridad es lo siguiente. Nació en la isla de Samos, junto a Mileto, en la primera mitad del siglo VI. Fue hijo de *Menesarco*, tal vez un rico comerciante de Samos. Probablemente viajó a Egipto, Fenicia y Babilonia. Volvió a Samos durante la dictadura de *Polícrates* (538-522). Hacia 529 viajó al sur de Italia y fundó en Crotona la fraternidad pitagórica. Murió muy anciano en Metaponto. Se pueden distinguir tres etapas en su vida: la primera en el mundo griego, la segunda de viajes a Babilonia y Egipto y la tercera en lo que se llamó la Magna Grecia (Sur de Italia).

En 529 *Pitágoras* se trasladó a la polis de Crotona, fundación aquea del siglo VIII a.C., en la parte sur del golfo de Tarento. Allí llegó con un sistema de pensamiento más o menos perfilado después de su larga experiencia por Oriente y Egipto. La ciudad le pidió que expusiera sus ideas y, según la tradición, *Pitágoras* dirigió por separado cuatro grandes discursos a los jóvenes, al Senado a las mujeres y a los niños. Como consecuencia de este contacto surgió, al parecer, no sólo en Crotona, sino en toda Italia un gran entusiasmo por *Pitágoras*.

Los ciudadanos de Crotona le propusieron que continuase su labor de formación moral e intelectual de jóvenes y adultos. Puesto que su sistema de pensamiento estaba basado en el descubrimiento y contemplación de la armonía del cosmos y a ello se habría de llegar muy fundamentalmente a través de la introducción en consideraciones científicas, muy difíciles para los más adultos, estableció de modo natural dos formas distintas de enseñanza. En la primitiva comunidad pitagórica de existían dos clases de miembros, los matemáticos (*mathematikoi*, conocedores) es decir los iniciados a quienes *Pitágoras* comunicaba los conocimientos científicos a su disposición y los acusmáticos (*akousmatikoi*,

oidores) que participaban de los conocimientos y creencias, de los principios morales, ritos y prescripciones específicas de la hermandad, si bien sin conocer en profundidad las razones de su credo y su proceder. Estos pitagóricos fueron potentes matemáticos con la estrategia común de atribuir a *Pitágoras* mismo sus descubrimientos matemáticos.

De entre sus alumnos cabe destacar a *Zenon de Elea*, nacido el año 490 a.C y famoso, entre otras cosas, por su paradoja de *Aquiles* y la tortuga, donde se plantea por primera vez el problema del infinito.

Al parecer fue *Hipaso* el principal representante de los matemáticos, que se debió de ocupar con notable éxito de hacer avanzar los conocimientos matemáticos. *Iámblico* (*Vita Pyth.* 246-247) cuenta que aquél que reveló "*la naturaleza del commensurable y del incommensurable a quienes no eran dignos de participar de tales conocimientos*", fue expulsado de la comunidad. Los pitagóricos le erigieron una tumba como si para ellos ya hubiera muerto.

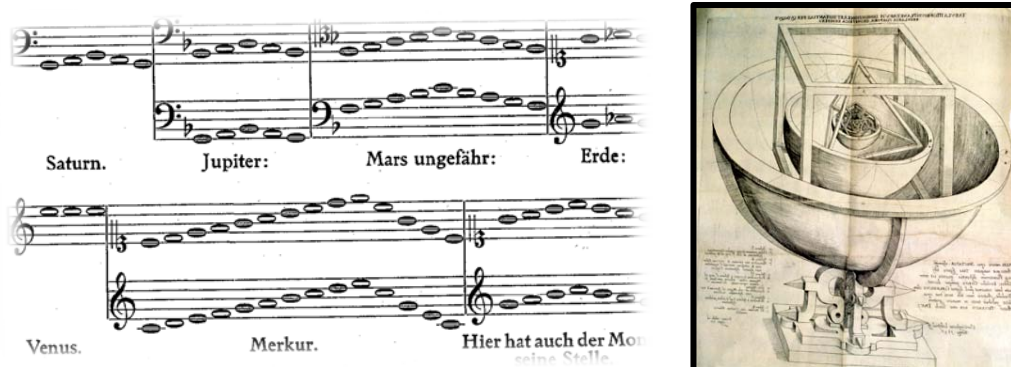
La palabra música deriva de la griega *musiké* que significa el arte de las musas, que eran las diosas que inspiraban, además de la música, la danza, la astronomía y la poesía. La escuela pitagórica (siglo VI a.C.) deseaba comprender la armonía del universo y estaban convencidos de que eran los números y sus relaciones, los artífices de esta armonía. Por tal motivo, elaboraron modelos astronómicos, musicales basados en los números, y en sus enseñanzas daban el mismo protagonismo a la música que a la aritmética. Tenían una hermosa visión del universo, pensando que el movimiento de los cuerpos celestes originaba un sonido armonioso, que no podía ser sentido por el ser humano, llamado "la música de las estrellas".



Según *Pitágoras*, el destino del hombre consiste en considerarse a sí mismo como una pieza de este cosmos, descubrir el lugar propio que le está asignado y mantener en sí y en su entorno, en lo que está de su parte, la armonía que es debida de acuerdo con el orden natural de las cosas.

Según los pitagóricos, todo el universo está regido por el número, y mediante él se llega a las raíces y fuentes de la naturaleza. Los números eran los átomos de todas las cosas.

Esta imagen del universo fue desarrollada por los siguientes filósofos-matemáticos *Platón* y *Aristóteles*. Con tal intensidad quedó grabada esta idea del cosmos, que veinte siglos después, el alemán *Johannes Kepler* estudiando la teoría heliocéntrica insistía en esta idea del universo, pensando que el movimiento de los planetas era un misterio al que únicamente tenía acceso Dios. Aunque *Kepler* revolucionó todo este pensamiento introduciendo una teoría que explicaba las leyes del movimiento de los planetas, siempre pensó en recuperar la idea de la armonía de las esferas del mundo clásico.



Los estudios de la escuela pitagórica sobre la música se basaban en el sonido producido al pulsar una cuerda. Al variar la longitud de la cuerda, se generaban distintas notas musicales, de tal forma que cuanto más corta era la cuerda el sonido producido era más alto o agudo. Experimentaron con la introducción de números pequeños dividiendo la cuerda por la mitad, a la tercera parte, a dos tercios de la longitud original, etc. Los resultados obtenidos eran extraordinarios: los sonidos provocados por cuerdas de longitudes relacionados con números pequeños generaban los sonidos más agradables, es decir, los más armónicos para nuestro oído.

La relación más sencilla es la que se obtiene al pisar la cuerda por la mitad (relación 2:1) que se corresponde con un intervalo de octava (por ejemplo, la distancia existente

entre un *do* y el siguiente *do*). La relación 3:2 (pulsar a un tercio del total), se corresponde con un intervalo de quinta, que es la distancia de un *do* al *sol*. Así, la escala pitagórica se estructura sobre dos intervalos: la octava, que presenta una relación de frecuencias entre notas de 2/1, y la quinta, de relación de frecuencias 3/2. Finalmente, si los intervalos de sonidos se relacionan según el patrón $(n+1)/n$, entonces estos sonidos son armoniosos y agradables. Este descubrimiento convenció al mundo griego de que los números se encontraban detrás de todo lo armónico y bello, y centraron todos sus esfuerzos en su estudio.

Como dijo un gran matemático: “*la música es el placer que experimenta la mente humana al contar sin darse cuenta que está contando*”.

Euclides



Desconocemos gran parte de la vida de *Euclides*, aunque la repercusión de su obra, en especial Los Elementos, ha sido crucial para la humanidad. Con la invención de la imprenta el libro de texto más reeditado ha sido la Biblia y a continuación Los Elementos, con más de mil ediciones. El esfuerzo de elaboración fue tan enorme que algunos autores piensan que en realidad bajo el nombre de Euclides se encierra un colectivo al estilo de la escuela francesa del siglo XX *Nicolás Bourbaki*.

Se cree que *Euclides* nació alrededor del año 325 a.C en Alejandría y falleció en el 265 a.C. siendo su obra más importante, la ya comentada, Los Elementos, constituida por 13 libros. En ella se recoge, se estructura y se organiza todo el saber conocido, especialmente en Geometría y en Teoría de Números, siendo todas demostraciones realizadas a través de razonamientos geométricos. Los seis primeros libros tratan de geometría plana, los tres siguientes de teoría de números, el décimo de los segmentos irracionales y el resto de geometría del espacio.

Aportó dos grandes innovaciones, la demostración y la necesidad de que estas pruebas tienen que realizarse a partir de enunciados que no pueden ser demostrados, los axiomas. De esta manera, Euclides enuncia cinco axiomas



sobre los que descansan el resto de las demostraciones. Los cuatros primeros son de enunciado muy simple que tienen que ver con puntos y rectas, mientras que el quinto es largo y complicado, conocido como el axioma de las paralelas. A pesar de la controversia que este último postulado ha generado en la historia de las matemáticas, en el siglo XX se probó que no puede deducirse del resto de los postulados.

Es interesante destacar que en Los Elementos no aparece ningún método para resolver los siguientes problemas:

- Trisecar el ángulo
- Construir un polígono de siete lados
- Construir un cuadrado de área igual a la de un círculo dado
- Construir un cubo de volumen igual a la de una esfera dada

Los griegos dieron respuestas a estos problemas pero utilizando métodos alternativos a los usados por *Euclides* que estaban basados en el uso exclusivo de la regla y el compás.

Se cuenta la anécdota de que uno de sus estudiantes le preguntó para qué servía la Geometría. Euclides llamó a un esclavo y le dijo: “*Dale una moneda, puesto que debe sacar provecho de lo que aprende*”.

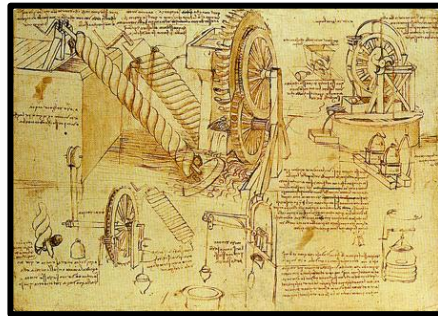
Platón

La Academia de Platón ejerció una gran influencia en la filosofía y las matemáticas de su época, siendo alumnos destacados *Aristóteles* y *Eudoxo*. Su gran aportación fue el de establecer que el conocimiento debería organizarse de manera deductiva, sistematizó las reglas para realizar demostraciones rigurosas. A partir de este momento se estableció la deducción como método exclusivo de las matemáticas.

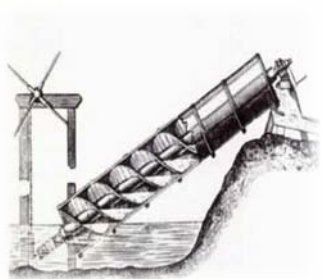


Arquímedes

Se desconoce los primeros años de su vida y datos sobre su familia, aunque se cree que pertenecían a la nobleza de Siracusa. Nació en el año 287 a.C. y era hijo de un astrónomo llamado *Fidias*. Siendo joven viajó a Egipto para estudiar en la Biblioteca de Alejandría, de la que era director *Eratóstenes de Cirene*.



Posteriormente regresó a su ciudad Siracusa donde se cuenta una famosa anécdota que ha llegado hasta nosotros relatada por el arquitecto romano *Vitruvio*. Cuenta la leyenda que el rey *Herón II de Siracusa* le había dado a un orfebre una cierta cantidad de oro para que le hiciera una corona de oro puro. Cuando se la entregaron, el rey tuvo la sensación de que no era nada más oro lo que había sido usado. Le planteó la duda a Arquímedes y éste se dio a la tarea de resolver el misterio...y llegó la hora del baño. Esa vez lo aceptó sin chistar, pues estaba sumido en el problema de la famosa corona... y cuando se metió a la tina que estaba llena hasta el tope, se dio cuenta de que la cantidad de agua derramada, estaba relacionada a la cantidad de su cuerpo sumergida en el agua. Con la cara iluminada por la alegría, salió de la tina y desnudo, se fue por las calles de la ciudad gritando "Eureka!Eureka!".



Además de ser un excelente geómetra, Arquímedes era un experto en aplicar los principios físicos y matemáticos para la construcción de artilugios mecánicos, como se demostró en la defensa de Siracusa ante las tropas romanas. Es de destacar que inventó un nuevo método teórico, basado en la ponderación de secciones infinitamente pequeñas de figuras geométricas, para calcular las áreas y volúmenes de figuras obtenidas a partir de las cónicas, que llevó en el siglo XVII al descubrimiento del Cálculo.

Hipatia

Después de Arquímedes, y como consecuencia del declive de la civilización griega, toma el protagonismo la civilización romana. Los romanos sólo se preocuparon de aquellas matemáticas que necesitaban para su uso diario, y por tal motivo su contribución a esta



ciencia es prácticamente nula, exceptuando su sistema de numeración y la agrimensura. Los romanos distinguían entre geometría, que se enseñaba en la escuela, y el “arte de las matemáticas” que era la astrología que se consideraba una herejía y estaba condenada.

Hipatia significa la más grande, era hija de una familia importante de Alejandría y murió en marzo del año 415. Su padre, *Teón*, fue un miembro destacado de la Biblioteca con grandes conocimientos matemáticos y astronómicos, que transmitió a su hija. No practicaba el paganismo, ni el politeísmo, y protegía a sus alumnos cristianos, tratando de hacer amistad entre paganos y cristianos. Se hicieron circular rumores en torno a que participaba en ceremonias mágicas, hechizos satánicos, etc., y fue asesinada, más por motivos políticos que religiosos provocados por viejos conflictos.



Referencias.

1. *Stewart Ian*. Belleza y verdad. Una historia de la simetría. Editorial Crítica. Barcelona. 2007.
2. *Javier Arbonés; Pablo Milrud*. La armonía es numérica. Música y matemáticas. Colección el mundo es matemático. Ed: RBA. 2010.
3. *Miguel de Guzman*. Lecciones pitagóricas para el siglo XXI.
4. *Alberto Rodríguez de Rivera Meneses*. Historia de las matemáticas: Arquímedes el genio de Siracusa.
5. *Morris Kline*. El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días. Alianza editorial. Barcelona. 1992.





LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE SUS PROTAGONISTAS.

LA TRANSICIÓN

En oriente las matemáticas llegaron a ser muy poderosa, aunque en occidente todos sus logros han sido olvidados o desconocidos, posiblemente por la superioridad con el que los vencedores tratan a los vencidos. Los grandes descubrimientos matemáticos orientales que han cambiado nuestra historia no se han valorado suficientemente.



El **sistema de numeración chino** era decimal y posicional para hacer cálculos, sin embargo desconocían el cero y por lo tanto para poder escribir los números necesitaron introducir una nueva notación.

En imperio del emperador chino era enorme, complejo y muy estructurado. Disponían de un potente código penal, un sistema de pesos y medidas y un sistema de impuestos muy extendido. Para administrar todo esto era necesario un elevado número de funcionarios y unas matemáticas complejas donde apoyarse.

La gran aportación de las **matemáticas hindús** ha sido el sistema decimal en base diez



posicional, posiblemente por haber entrado en contacto con los mercaderes chinos y sus sistemas de palillos de contar. Lo perfeccionaron de tal manera que poco difiere del que utilizamos en la actualidad e introdujeron el número y el concepto más importante de todos: el cero. Este número se encuentra grabado en una pared del fuerte situado en el centro de la india, podía ser utilizado para calcular y

revolucionaría las matemáticas. A partir de este momento, con sólo diez dígitos era posible escribir números terriblemente grandes.



Bramagnpta en el siglo IX introdujo el cálculo básico con cero que aún se enseña en las escuelas. La suma de uno con cero es cero, uno menos cero es uno y uno por cero es cero, pero se encontró que no se podía dividir uno por cero. Para ello era necesario introducir el concepto de infinito (al disminuir el denominador aumenta el resultado), resuelto por otro matemático indio en el siglo XII.

Pero los indios llegaron más lejos, al definir los números negativos obtenidos al dar sentido a la operación de la sustracción, que le dieron el nombre de deuda. Por último, destacar que sus investigaciones fueron clave para el descubrimiento de una nueva rama de las matemáticas: la trigonometría.

LAS MATEMÁTICAS ÁRABES

En el siglo VII se extendió por todo oriente medio, desde la península ibérica hasta China, un nuevo imperio, el islámico. En el centro de este imperio, Bagdad, se levantó una biblioteca, la Casa de la Sabiduría, al estilo de la destruida en Alejandría, donde en un primer momento se dedicaron a traducir los textos de otras culturas asegurándose de esta manera que pasarían a la posteridad. Esta es la razón de que en la actualidad dispongamos de una parte del legado matemático de la antigüedad, como por ejemplo el griego o el indio.

Las dos primeras dinastías de las que tenemos noticias son los Omeya y los Abasíes. En la segunda mitad del siglo VIII los Abasíes destronaron a la otra dinastía que tenía su capital en Bagdad. Posteriormente los Omeyas recuperaron el poder de la mano de Abderramán, quién situó su capital en Córdoba.

Algunos historiadores de las matemáticas opinan que para los árabes las matemáticas no poseían el significado que tenía para los griegos, como parte del objetivo global y edificante de



hacer inteligible el mundo, sino, más bien, como un mecanismo para ampliar su dominio sobre la naturaleza. También, se suele afirmar que la contribución árabe se redujo a preservar más que ampliar las matemáticas griegas e hindúes y transmitir las a Europa.

Los matemáticos árabes recopilaron y tradujeron un gran número de manuscritos griegos, persas, hindúes y babilónicos. Además estimularon la actividad científica, y progresaron en el conocimiento, estimulados por el Corán. De hecho, la prohibición de representar la figura humana incentivó la aparición del estudio de las figuras geométricas como los mosaicos.

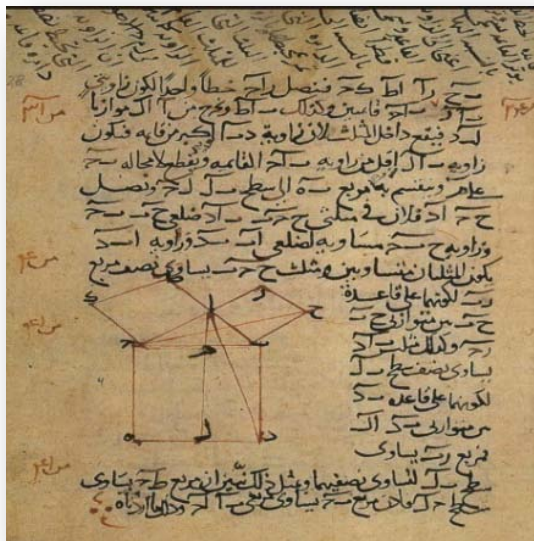
Uno de los primeros directores de la Casa de la Sabiduría fue un matemático excepcional *Abu Abdalá Mohamed Ben Musa Al Juarismi* (780-850). Se dio cuenta de la potencia de cálculo del sistema de numeración de los indios y el mundo islámico los adoptó, hoy en día se conocen estos números como indo-arábigos. Su libro, *Aritmética*, sirvió para introducir a los europeos en el sistema numérico posicional de la India. Fue el primer libro traducido del árabe, y además creó la palabra "algoritmo", que proviene de su apellido, que hace referencia a los procedimientos sistemáticos de cálculo.

Su otra contribución importante fue la creación de un lenguaje matemático, que hoy en día conocemos con el nombre de álgebra.



Algunos matemáticos árabes lograron importantes avances en la teoría de números, mientras otros crearon una gran variedad de métodos numéricos para la resolución de ecuaciones.

Finalmente el influjo de los árabes terminaría en una sucesiva colección de hechos que van desde los ataques de los cruzados, la conquista por los mongoles y la destrucción realizada por los tártaros, y, tiempo después, en España, su derrota por los cristianos.



Durante el siglo XII los países europeos, mayoritariamente con lenguas latinas, tuvieron conocimiento de la cultura oriental y a través de ella de las matemáticas griegas, por medio de las traducciones, especialmente las realizadas en la famosa Escuela de Traductores de Toledo. Los comerciantes europeos empezaron a comerciar con oriente y de esta manera se produjo un fértil contacto de Oriente con Occidente.

En geometría, las principales influencias fueron *Euclides*, *Arquímedes* y *Herón*. El matemático *Nasir-Eddin* realizó una sistematización de la trigonometría plana y esférica, la cual no sería conocida por los europeos hasta el año 1450.

FIBONACCI



Leonardo Pisano es más conocido por su apellido *Fibonacci*. Nació en *Pisa* en el año 1170 y murió en la misma ciudad en 1250. Aunque nació en Italia, fue educado en el Norte de África, donde su padre *Guilielmo*, era un representante diplomático de la república de *Pisa* en la ciudad argelina de *Bugía*. Durante su estancia en esta ciudad estudió con profesores árabes quienes le enseñaron el cálculo posicional hindú que posteriormente introdujo en Europa sustituyendo al sistema de numeración romano. En el año 1200 regresó a Pisa y escribió un número importante de trabajos, actualizando algunos resultados matemáticos, así como proporcionando nuevos e interesante conceptos.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Siglo XII	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Siglo XIII	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Hacia 1524	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0



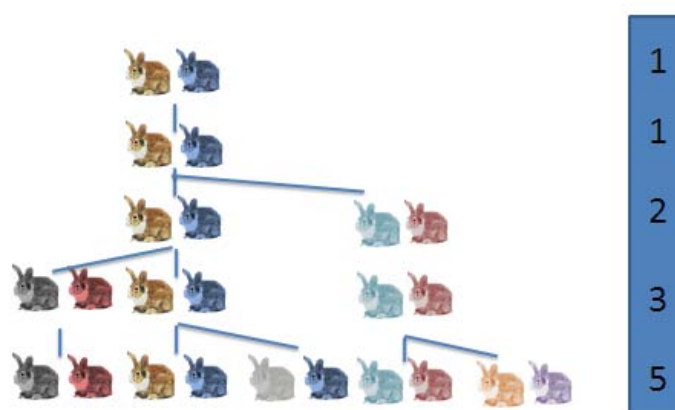
Hoy en día todavía se conservan copias de algunos de sus libros, como por ejemplo, *Liber abbaci* (1202), *Practica geometriae* (1220), *Flos* (1225), y *Liber quadratorum*. Un problema que se encuentra en la tercera sección de su libro *Liber abbaci* llevó a la introducción de los números de *Fibonacci* y a la sucesión que lleva su nombre, y es la razón por la que aún hoy en día es tan recordado.

Supongamos que un par de conejos recién nacidos, un macho y una hembra se colocan en el campo. Los conejos son fértiles a la edad de un mes, así que al final del segundo mes una hembra puede producir otro par de conejos. Supongamos que nuestros conejos nunca mueren, y que las hembras siempre producen un nuevo par (un macho y una hembra) cada mes, desde el segundo de los meses. La pregunta que Fibonacci se hizo fue la siguiente, ¿cuántos pares de conejos tendremos en un año?



Si observamos atentamente del enunciado del problema deducimos que:

- Al final del primer mes, hay un solo par.
- Al final del segundo mes, la hembra produce un nuevo par, así que ahora tenemos dos parejas de conejos en el campo.
- Al final del tercer mes, la hembra inicial produce un segundo par, haciendo que en el campo tengamos tres pares de conejos.
 - Al final del cuarto mes, la hembra original ha producido otro nuevo par y la hembra nacida dos meses antes produce su primer par, con lo que tendremos 5 pares.
- Y así sucesivamente.....

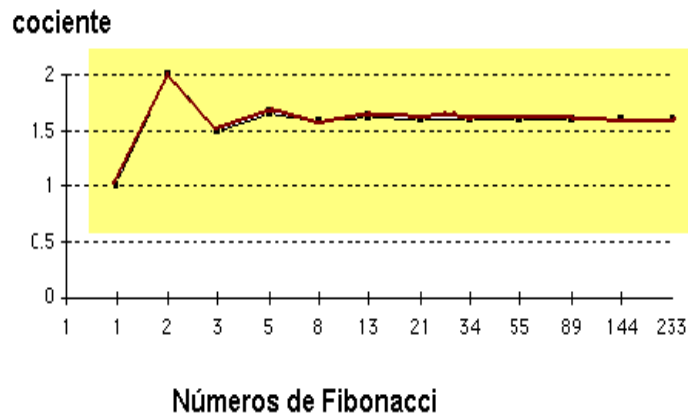


El número de pares de conejos en el campo al inicio de cada mes es:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144.....,

La sucesión que se inicia con 1, 1 y cualquier otro término es la suma de los dos anteriores, recibe el nombre de *Fibonacci*. Si hacemos el cociente de dos números consecutivos de la sucesión obtenemos esta otra:

$$1/1=1, 2/1=2, 3/2=1.5, 5/3=1.666, 8/5=1.6, 13/8=1.625, 21/13=1.61538, ..$$



El cociente tiende a un valor particular, el cual recibe el nombre de **número áureo**, tiene un valor aproximado de 1.61804, y se representa por la letra griega Φ (Phi). Si la sucesión se inicia con otros dos números cualesquiera, {3, 7, 10, 17, 27, 71, 115,...} el cociente entre un término y el anterior en la sucesión tiende al número áureo Φ .

También podemos hacer aparecer el número áureo a través de una cuestión estética, que aparece en el libro *La Divina proporción* de Luca Pacioli. Si consideramos un segmento y preguntamos cuál es la división “más agradable” en dos partes del mismo, algunas personas pensarán que el punto medio es el más adecuado, otras en cambio pensarán que la tercera o cuarta parte. La respuesta correcta no es ninguna de ellas, ya que la división correcta es la



conocida con el nombre de **razón áurea** o **divina proporción**. Si el segmento es de longitud 1, entonces el segmento mayor tiene longitud 0.618.... A un segmento dividido de esta forma decimos que está dividido en la sección áurea. Pensemos que si u es la longitud del segmento, se tiene que verificar:

$$\frac{\text{segmento_mayor}}{\text{segmento}} = \frac{\text{segmento_menor}}{\text{segmento_mayor}} \Rightarrow$$

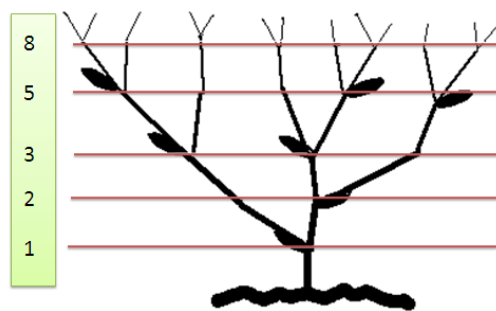
$$\frac{u}{u+v} = \frac{v}{u}$$

Si llamamos $\phi = \frac{u}{v}$, podemos escribir:

$$1 + \frac{1}{\phi} = 1 + \frac{v}{u} = \frac{u+v}{u} = \frac{u}{v} = \phi$$

Simplificando, obtenemos la ecuación de segundo grado $\phi^2 - \phi - 1 = 0$, que tiene como raíz el valor $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.6180339887...$, que como sabemos es el número áureo.

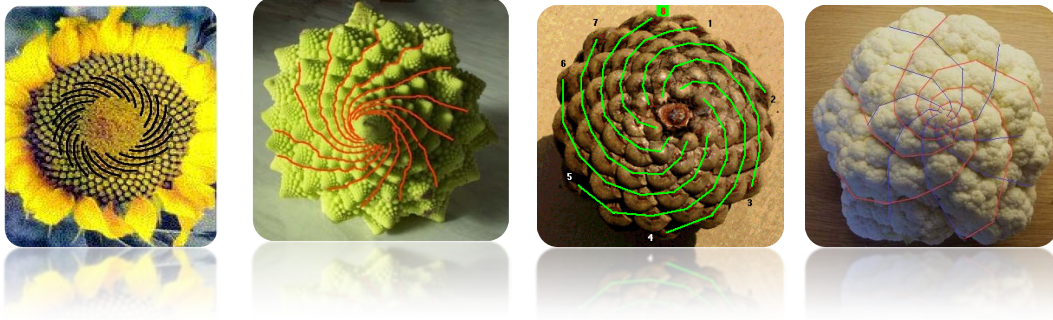
Una planta muestra los números de *Fibonacci* en el número de “puntos de crecimientos” que tiene.



En muchas plantas, el número de pétalos es un número de la sucesión de *Fibonacci*. La azucena y el iris tienen tres pétalos; las rosas salvajes 5; el delphiniums 8; algunas caléndulas granuladas 13; la achicoria 21; mientras que algunas margaritas pueden encontrarse con 34, 55 y hasta 89 pétalos. Algunas especies son muy precisas sobre el número de pétalos que tienen, (por ejemplo el botón de oro), pero otras tienen pétalos que están muy cerca de ellos, pero que su media es justo un número de *Fibonacci*.



Los números de *Fibonacci* también están presentes en la disposición de las semillas de algunas plantas.



Podemos apreciar que las semillas se disponen según espirales, una de ellas a la izquierda y otra a la derecha. Si contamos la espiral de la derecha al final del dibujo, nos encontramos con que hay 34. ¿Cuántas existen hacia el otro lado? Puede comprobarse que estos dos números son vecinos en la sucesión de *Fibonacci*.

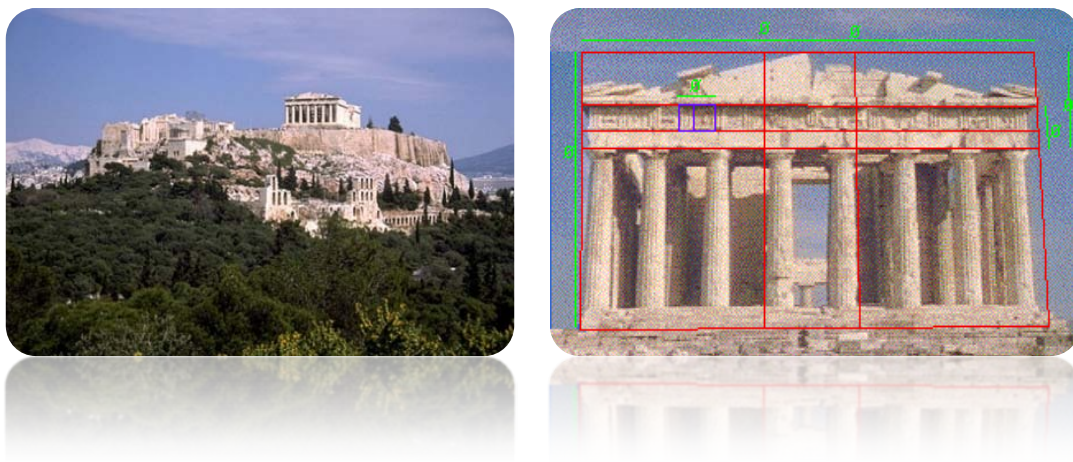
Pero debemos dejar claro que no siempre la sucesión de *Fibonacci* se encuentra en el número de pétalos de cualquier flor, o en el número de semillas de plantas del tipo del girasol, aunque si están cercanos a algunos términos de la sucesión de *Fibonacci*. De todos modos, en un trabajo publicado por *Jean* en 1992, de 12700 observaciones correspondientes a 650 especies de plantas diferentes, la sucesión de *Fibonacci* está presente en un 90 % de todas aquellas donde sus elementos están dispuestos en formas de espirales. Algunos ejemplos donde esta condición no se cumple son las imágenes que ofrecemos a continuación.



No hay grabaciones exactas de los planos de los arquitectos griegos, para construir sus famosos edificios y templos. Por esta razón no sabemos si usaron deliberadamente el número áureo en su arquitectura. La Acrópolis, en el centro de Atenas, son unas ruinas que dominan a

esta antigua ciudad. Su monumento más famoso es el Partenón, un templo dedicado a la diosa Atenas construido alrededor del 430 a.c. o 440 a.c.

Aunque no disponemos de los planos, parece ser que fue construido sobre un rectángulo que posee $\sqrt{5}$ veces más de largo que de ancho. Esa son también las dimensiones del lado más largo del templo. Del mismo modo, la frontal está construido sobre un rectángulo áureo, que es, ϕ veces más largo que alto.

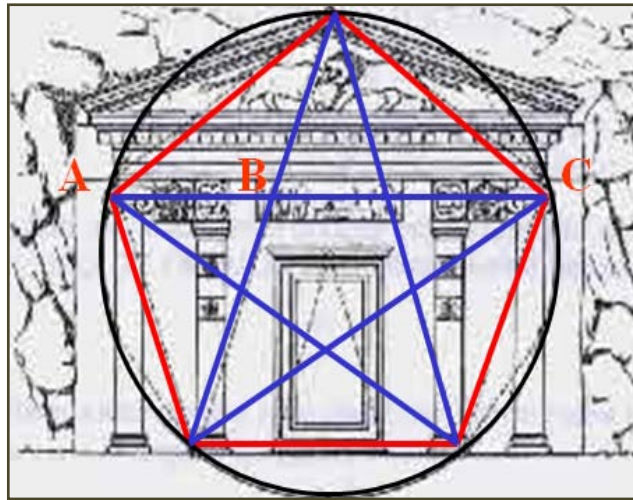


Muchos de los edificios actuales han sido construidos siguiendo el rectángulo áureo, como por ejemplo el edificio de la ONU diseñado por el famoso arquitecto *Le Corbusier* o la catedral de *Nôtre Dame* en *París*.



Los griegos obtuvieron el número áureo al dividir la diagonal del pentágono regular entre su lado. Por esta razón es posible dibujar un pentágono regular con regla y compás, como

se observa en este dibujo de la tumba rupestre de Mira. La estrella pentagonal o estrella de Italia era el símbolo utilizado por los pitagóricos y les servía para reconocerse entre sí.



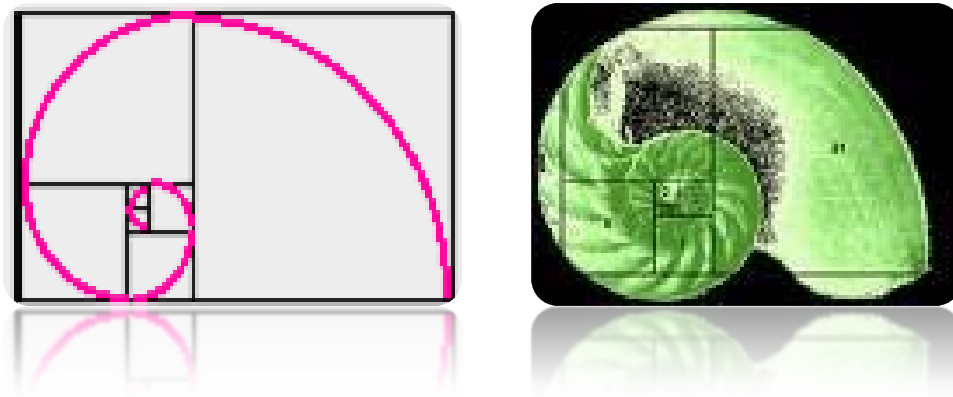
La obra de *Salvador Dalí* de 1947 que lleva el título de *Dela Atómica* está basada en el pentágono regular y la razón áurea. El pintor realiza un estudio meticuloso del tema, tal y como puede apreciarse en algunos de los bocetos que se conservan, e introduce a Leda y al cisne es una estrella de cinco puntas, el pentagrama místico pitagórico.



Otro cuadro realizado por *Dalí* basado en la proporción áurea es *Media taza gigante volante con anexo inexplicable de cinco metros de longitud*. Sus dimensiones son 50 x 31 cm., por tanto su cociente es 1.613., el número phi. Además, el cuadro se descompone en distintos rectángulos áureos con el objetivo de organizar los distintos elementos que aparecen en el mismo.

La proporción áurea está presente en multitud de objetos de la vida cotidiana como libros, tarjetas de crédito, cajetillas de tabaco, etc..., y en general en todos aquellos objetos “armoniosos” de forma rectangular.

A continuación, investigaremos la relación existente entre las **espirales** y la **sucesión de Fibonacci**. Comenzamos con dos pequeños cuadrados de lado unidad, uno a continuación del otro. En su parte superior dibujamos un cuadrado de lado $1+1=2$. Procedemos de forma similar y añadimos un cuadrado de lado $2+1=3$, y así sucesivamente. Este conjunto de rectángulos, con la propiedad de que sus lados son dos números consecutivos de la sucesión de *Fibonacci*, recibe el nombre de rectángulos de *Fibonacci*.



Las formas de estas espirales reciben el nombre de espirales de *Durero* y son una excelente aproximación de las espirales logarítmicas. En las siguientes figuras mostramos algunos ejemplos virtuales contruidos con ordenador, para ello se han usando funciones periódicas variando solamente tres de los parámetros.



LA EDAD DE ORO DE LAS MATEMÁTICAS. SIGLO XVII

En los primeros años del siglo XVII la organización de la actividad científica era muy precaria. En 1665 aparece en París la primera revista matemática *Le Journal des Savants* y unos meses después se edita en Inglaterra la prestigiosa *Philosophical Transactions*. Al mismo tiempo se crean las Academias de las Ciencias de París y la Royal Society de Londres. Además, empiezan a definirse las primeras cátedras en las universidades europeas, destacándose la creada en Cambridge (1664) con el nombre de *Lucasiana* y ocupada por *Barrow* hasta que renunció en 1669 a favor de su amigo y discípulo *Isaac Newton*. En la actualidad la cátedra está ocupada por el genial científico *Stephen Hawking*.

En ese tiempo casi todos los matemáticos se dedicaron a esta ciencia de manera extraoficial puesto que tenían otras profesiones. De hecho, no existía un nombre para definir a los que trabajaban en matemáticas, algunos los llamaban geómetras, otros analistas, en ocasiones algebristas o cosistas, ya que el término matemático se reservaba a todos aquellos que desarrollaban su actividad en el campo de la astronomía o la astrología.

El siglo XVII fue la época dorada para el desarrollo de las matemáticas. Durante este



tiempo se definieron nuevas ramas como el cálculo diferencial e integral, la geometría analítica, el cálculo de probabilidades, la geometría proyectiva y la teoría de números. Como precursor de todas estas nuevas teorías se encuentra *Pierre de Fermat* (1601-1665) de profesión jurista y “el príncipe de los aficionados” a las matemáticas.

Una vez prendida de la chispa por *Fermat* sólo bastaba que *Newton* y *Leibniz* desarrollasen la teoría completa del cálculo infinitesimal, que *Descartes* hiciese lo mismo con la geometría analítica, y que *Pascal* mostrase a la comunidad matemática el potencial del cálculo de probabilidades.

Fermat es la figura central que motiva la transición de las matemáticas clásicas a las matemáticas modernas. El estudio intenso de los matemáticos griegos le sirvió como fuente de inspiración de nuevas ideas que se desarrollaron en años posteriores y que cambiaron el curso de nuestra civilización.

Fermat escribía sus observaciones y descubrimientos matemáticos en los márgenes de los libros, especialmente en su extraordinaria colección de obras griegas. Pero su verdadera pasión era el descubrimiento y por tal motivo no los publicaba. Como él decía, se conformaba con haber descubierto la verdad y conocer los medios de demostrarla sin prisa cuando tuviera la ocasión de hacerlo. Entre estas notas al margen se encuentra el famosísimo último teorema de *Fermat*, demostrado, por fin, en 1995 por *A. Wiles*.



Barrow



Wallis



Leibniz

ISAAC NEWTON

La Revolución Científica que se produce en el siglo XVII tiene su inicio, en el campo de la astronomía, en las obras de *Copérnico*, *Kepler*, y sobre todo *Galileo*, pero fue el colosal trabajo de *Newton* quien proporcionó una descripción del universo a través de leyes matemáticas.

El navidad de 1643, el año de la muerte de *Galileo*, nace en el condado de *Lincolnshire* de Inglaterra el científico, filósofo, político, matemático y alquimista más grande de todos los tiempos *Sir Isaac Newton*. De su mente nacieron, entre otras cosas, tres grandes teorías científicas que revolucionaron el conocimiento de su época: la óptica, las leyes del movimiento de los planetas, y el cálculo diferencial e integral.



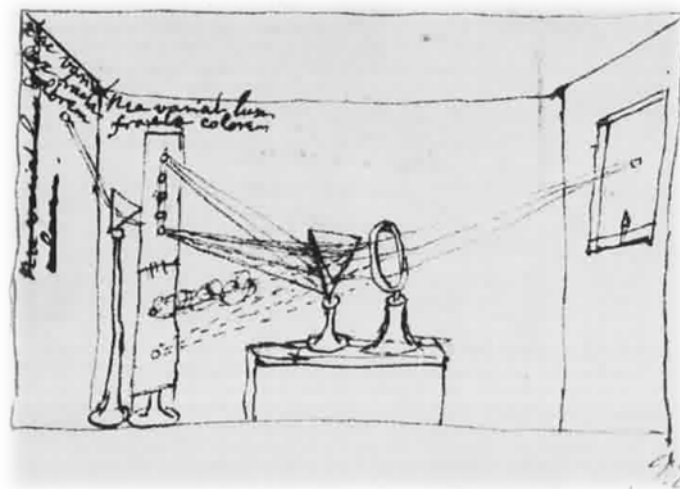
Los primeros años de su infancia fueron muy desgraciados puesto que unos meses después de su nacimiento falleció su padre, su madre se volvió a casar pero su segundo esposo también falleció. *Newton* fue criado por su abuela y en 1661 ingresó en el Trinity College de la Universidad de Cambridge. Allí estudió a los clásicos: *Los elementos* de *Euclides*, *La geometría* de *Descartes*, y las obras de *Viète* y *Kepler*.

Con la edad de 23 años, un brote de plaga se propagó por Inglaterra obligando a cerrar todas las Universidades, con la consiguiente interrupción de los estudios para los estudiantes.



Sin embargo, para *Newton* fueron los años más productivos de su carrera. Regresó a *Lincolnshire* y durante los dos años siguientes inventó gran parte de sus grandes teorías: la gravedad, la óptica y el método de las fluxiones.

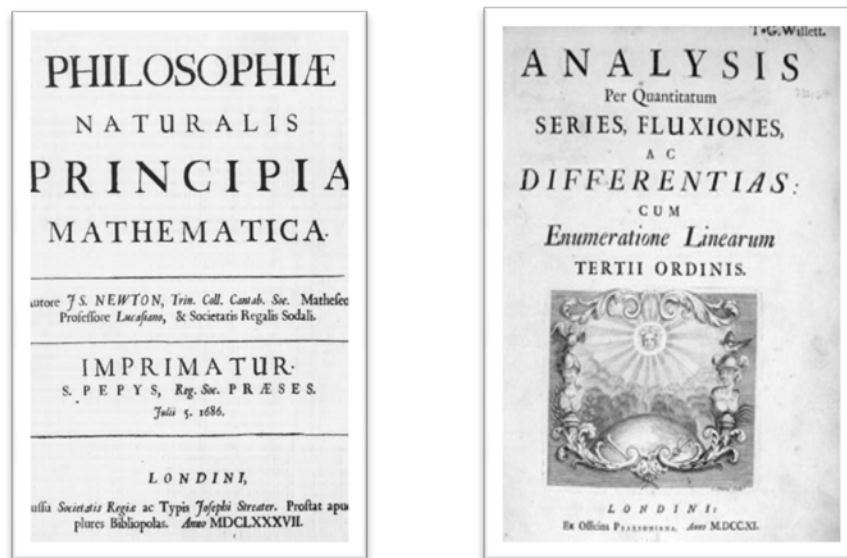
Con la ayuda de un prisma como el que aparece en la figura siguiente y un agujero en la ventana de su habitación a oscuras, descubrió que la luz del sol es en realidad la mezcla de luces de los colores del espectro.



Los descubrimientos sobre la naturaleza de la luz le permitieron mejorar los diseños de telescopios diseñados por *Galileo*, basados en espejos en lugar de lentes. Con estos descubrimientos llegó el reconocimiento de la comunidad científica y su ingreso en la Royal Society de Londres.

Simultáneamente a sus estudios de óptica empezó a estudiar la gravedad, deduciendo que la fuerza que mantiene a los planetas en su órbita debería de ser proporcional a la inversa de los cuadrados de sus distancias a los centros de los que giran. En 1687 publicó, en un estilo similar a los *Elementos* de *Euclides*, *Principia Mathematica*, que es una teoría matemática que describe, entre otras cosas, a la fuerza de la gravedad, y demuestra a partir de unos postulados las leyes de *Kepler* del movimiento de los planetas.

Durante su permanencia en *Lincolnshire* realizó su tercer gran descubrimiento: el cálculo de las fluxiones, usando técnicas muy relacionadas con la física. Muchos años después publicó este gran descubrimiento, desencadenándose una terrible disputa con *Leibniz* y sus seguidores sobre la prioridad. Aunque *Newton* descubrió el cálculo diferencial e integral entre los años 1665 a 1666, y *Leibniz* lo hizo en 1673 y 1676, fue *Leibniz* quien publicó en primer lugar los resultados en los años 1684 y 1686. *Newton* los publicaría en 1704 y 1736. Por otro lado, la terminología y la notación de *Leibniz* era mucho mejor que la de *Newton* y es ésta la que usamos en la actualidad.



Newton llegó a ser el científico más famoso de su tiempo, algo parecido a lo sucedido con *Einstein* en nuestra época, y a su muerte fue enterrado en la abadía de Westminster, privilegio reservado a muy pocos nobles y reyes. A pesar de ello, toda su vida estuvo llena de polémicas. Además de la mantenida con *Leibniz* y sus seguidores, es famosa la que sostuvo con el obispo *George Berkeley* debido a la falta de precisión y rigor de sus trabajos sobre el cálculo. Aunque *Berkeley* estaba de acuerdo con los resultados sin embargo no opinaba lo mismo de los procedimientos inductivos que utilizaba. En realidad lo que estaba en juego era algo mucho más importante y sutil como es el paso al límite en la definición de derivada.

Esto es lo que *Stephen Hawking* dice sobre *Newton*: " *Isaac Newton no era un hombre afable. Sus relaciones con otros académicos fueron escandalosas, pasando la mayor parte de sus últimos tiempos enredado en acaloradas disputas. Después de la publicación de los Principia Mathematica (seguramente el libro más influyente jamás escrito en el campo de la física), Newton fue ascendido rápidamente en importancia pública. Fue nombrado presidente de la Royal Society, y se convirtió en el primer científico de todos los tiempos que fue armado caballero*"

Newton, resumió su vida científica con las famosas frases: "No sé lo que puedo parecer al mundo; pero para mí mismo, sólo he sido como un niño jugando a la orilla del mar, y divirtiéndome al hallar de vez en cuando un guijarro más suave o una concha más hermosa que de costumbre, mientras que el gran océano de la verdad permanecía sin descubrir ante mí."

Después de la invención del cálculo por *Newton* y *Leibniz* quedaba el inmenso trabajo de descifrarlo, entenderlo y transmitirlo al resto de las generaciones, y esta gran labor fue realizada por la polémica familia *Bernoulli*. Uno de ellos, *Johann Bernoulli* tenía entre sus estudiantes al marqués de *L'Hopital* quien apoyándose en los descubrimientos de su maestro, y debido a un acuerdo pactado, pudo escribir un famoso libro de texto donde venía recogida su famosa regla para el cálculo de límites.

El problema más famoso de la época fue propuesto en 1696 por *Johann Bernoulli* y consistía en encontrar la curva a lo largo de la cual una partícula se deslizaría bajo la acción de la gravedad en el menor tiempo posible. Esta curva recibe el nombre de *braquistócrona*. El primer matemático que intentó resolver el problema fue *Galileo* pero se equivocó en la solución ya que propuso a un arco de círculo como respuesta. *Newton*, *Leibniz*, *L'Hopital* y dos de los hermanos *Bernoulli* demostraron que la curva buscada era una *cicloide*, que es la trazada por un punto situado en el borde de una rueda que se desplaza horizontalmente.

El siguiente problema en importancia se publicó en 1690 en una revista fundada por *Leibniz* y lo planteó *Jakob Bernoulli*. Se buscaba la curva que adopta una cuerda floja que se encuentra fija en sus extremos. La curva solución recibe el nombre de *catenaria* (del latín *catena*). De nuevo *Galileo* se confundió puesto que la respuesta no era una parábola, fue *Christian Huygens* quien con sólo 17 años demostró que la *catenaria* no era una parábola. Pero encontrar la solución era mucho más complicado, *Leibniz*, *Johann Bernoulli* y *Huygens* de tres maneras diferentes atacaron el problema y lo resolvieron. En nuestro tiempo la *catenaria* ha sido utilizada con mucha frecuencia por los arquitectos, por ejemplo *Gaudí* en la Sagrada Familia, o el arco de St. Louis en Missouri.

Referencias.

1. **Ian Stewart.** Belleza y verdad. Una historia de la simetría. Editorial Crítica. Barcelona. 2007.
2. **Javier Arbonés; Pablo Milrud.** La armonía es numérica. Música y matemáticas. Colección el mundo es matemático. Ed: RBA. 2010.
3. **Miguel de Guzmán.** Lecciones pitagóricas para el siglo XXI.
4. **Alberto Rodríguez de Rivera Meneses.** Historia de las matemáticas: Arquímedes el genio de Siracusa.
5. **Pedro Miguel González Urbaneja.** Fermat y los orígenes del cálculo diferencial. Colección Ciencia Abierta 22. Editorial Nivola. 2008
6. **Morris Kline.** El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días. Alianza editorial. Barcelona. 1992.
7. **Eli Maor.** e: historia de un número. Librería S.A. 2006.
8. **Recursos en la red:**
 - a. Arte y naturaleza en clave geométrica. María Encarnación Reyes Iglesias
 - b. <http://www.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fibonacci/fib.html>
 - c. http://www.isftic.mepsyd.es/formacion/enred/web_espiral/naturaleza/vegetal/fibonacci/fibonacci.htm<http://rt000z8y.eresmas.net/El%20numero%20de%20oro.htm>
 - d. <http://centros5.pntic.mec.es/ies.victoria.kent/Rincon-C/Curiosid/Rc-25/RC5.htm>
 - e. http://www.portalplanetasedna.com.ar/divina_proporcion.htm<http://divulgamat.ehu.es/weborriak/publicacionesdiv/Libros/LibruakDet.asp?Id=353>
 - f. http://201.116.18.153/laciencia/matematicas_sec/mg_fibonacci/fibonacci.htm





LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE SUS PROTAGONISTAS.

LA EDAD MODERNA

Los siglos XIX y XX son considerados como la etapa más fructífera de las matemáticas, de tal modo que al XX se le conoce como el Siglo de Oro de las matemáticas. En esta época fueron resueltos un gran número de problemas abiertos y además se reformuló y fundamentó las matemáticas, produciéndose una gran interdisciplinariedad entre todas sus ramas. Se puede destacar la demostración del teorema de los cuatro colores, la demostración del último teorema de *Fermat*, la conjetura de *Kepler* sobre el empaquetamiento de esferas, y la conjetura de *Poincaré*, entre otros problemas interesantes.

En 1900 se celebró en París la Conferencia Internacional de Matemáticos y el famoso matemático alemán *David Hilbert* propuso 23 problemas abiertos que fueron los temas de investigación de los siguientes cien años. En la actualidad y gracias al uso del ordenador, se han potenciado ciertas áreas de las matemáticas como las matemáticas finitas y especialmente el cálculo numérico.

LAS MATEMÁTICAS DEL XIX

Al inicio del siglo XIX, en 1821, el matemático francés *Augustin Louis Cauchy* consiguió fundamentar y dar rigor al cálculo infinitesimal a través del concepto de límite. Pero esta nueva definición acarrea otro problema importante como era el de definir de manera rigurosa lo que se entendía por un número real, que fue resuelto por el matemático alemán *Julius Dedekind*. Casi simultáneamente *Cantor* y *Weierstrass* dieron otras definiciones alternativas de número real.



Cauchy



Dedekind



Weierstrass

En esta época uno de los problemas abiertos que ocupaba a gran parte de la comunidad científica era el de la cuerda vibrante, estudiado, entre otros, por *Euler*, *Lagrange* y resuelto finalmente por *Joseph Fourier*, dando lugar a un campo de las matemáticas muy interesante conocido como análisis armónico de enormes aplicaciones en la actualidad. Unido al estudio de este problema estaba la no menos interesante cuestión de tratar de definir con precisión el concepto de función, realizado por *Dirichlet* en los términos que actualmente conocemos.

CARL FRIEDRICH GAUSS

El matemático más destacado de esta época fue *Carl Friedrich Gauss* considerado por la comunidad científica como el príncipe de los matemáticos. Junto con *Newton* y *Arquímedes* forman el triunvirato más importante en toda la historia de las matemáticas. Su campo de interés no se limitó a las matemáticas puras, puesto que también abordó interesantes problemas de matemáticas aplicadas relacionados con la astronomía, la óptica y el magnetismo.



Carl Friedrich Gauss nació en Brunswick el 4 de mayo de 1777 en el seno de una familia humilde. Desde niño mostró una gran inteligencia, aprendiendo a contar antes de escribir y

aprendiendo a leer por su cuenta a la edad de tres años. Se cuenta que con la edad de tres años, y sin que nadie le enseñase a sumar, corrigió las sumas realizadas por su padre cuando estaba abonando los salarios a los trabajadores que se encontraban a su cargo. Es también muy conocida otra anécdota que se desarrolló cuando tenía 9 años y estudiaba en la escuela primaria. En un momento de agitación de la clase el maestro le mandó sumar los primeros cien números naturales con la esperanza de que la tarea le ocupase un buen rato, la sorpresa fue que al instante calculó el valor correcto redescubriendo la fórmula de la suma de un número finito de términos de una progresión aritmética.

Afortunadamente en esta escuela se encontraba como ayudante un joven estudiante de 17 años encargado de enseñar a leer y escribir a los alumnos más pequeños, llamado *Martin Bartels*, que además era un apasionado de las matemáticas. *Bartels* llegó a ser profesor de universidad, maestro del gran matemático *Lobachevski*, y junto con *Gauss* (a la edad de diez años) estudiaron por su cuenta temas de análisis matemático, especialmente las series infinitas.

Su fama llegó a ser tal que a la edad de 14 años es apadrinado por el duque *Karl Wilhelm Ferdinand* que aportó el dinero necesario para que pudiese continuar con sus estudios. En 1795 se trasladó a la universidad de Gotingen dudando entre estudiar matemáticas o filología clásica. Afortunadamente conoció a *Bohly* y se decantó finalmente por las matemáticas. Continuó sus investigaciones en teoría de números y realizó su primer gran descubrimiento como es la construcción con regla y compás del polígono de 17 lados. En sus propias palabras:

“Fue el día 29 de marzo de 1796, durante unas vacaciones en Brunswick, y la casualidad no tuvo la menor participación en ello ya que fue fruto de esforzadas meditaciones; en la mañana del citado día, antes de levantarme de la cama, tuve la suerte de ver con la mayor claridad toda esta correlación, de forma que en el mismo sitio e inmediatamente apliqué al heptadecágono la correspondiente confirmación numérica.”

En ese momento apunta el primer resultado en un famoso diario científico de 19 páginas que le acompañará hasta el año 1814 y en el que aparecerán 144 anotaciones, que llegaría ser el más importante de la historia de las matemáticas puesto que en él se encuentran los grandes descubrimientos del siglo XIX algunos de ellos redescubiertos posteriormente por otros famosos matemáticos. Estos escritos no llegaron a ser publicados hasta cincuenta años después de su fallecimiento ocurrido en 1855.

Acabado sus estudios regresó a la casa paterna, pero al poco tiempo el duque le renovó la ayuda económica y pudo dedicarse a la investigación sin pasar apuros económicos.

Finalmente publicó su primera gran obra de teoría de números llamada *Disquisitiones Arithmeticae*, dedicada a su protector el duque *Ferdinand*.



El año 1801 fue decisivo de su carrera debido a la publicación de su libro *Disquisitiones Arithmeticae* y especialmente al descubrimiento de la órbita del cometa Ceres, donde aplica por primera vez el método de ajuste de los mínimos cuadrados. Con el descubrimiento de la órbita de Ceres y su comprobación por parte de los astrónomos el 7 de Diciembre de 1801 llegó a ser el científico más popular de su época en Europa. Con la edad de 25 años es nombrado miembro de la real Sociedad de Ciencias de Gottingen, y con 31 años profesor y director del observatorio astronómico de Gottingen. Con la entrada de las tropas napoleónicas en 1816 su trabajo se ve alterado, pero este periodo de tiempo dedicado a la astronomía culmina con la publicación de su gran obra: *Teoría del movimiento de los cuerpos celestes que giran alrededor del sol siguiendo secciones cónicas*. En este libro aparece el método de los mínimos cuadrados aplicados al cálculo de órbitas de un planeta, lo cual dio lugar a una desagradable polémica con *Legendre* por la paternidad del descubrimiento. En este desafortunado año del 1809 muere de parto su esposa y al poco tiempo después su tercer hijo a la edad de tres meses.



Durante su realización de su tesis doctoral, en la que demostró el teorema fundamental del algebra, intentó representar a los números complejos de forma bidimensional, pero es en 1811 cuando termina de perfilar todas sus ideas, tal y como hoy en día las conocemos, que

permiten representar a un número complejo como un punto de un plano. Además, abordó el tema de la integración de funciones complejas y el desarrollo en serie de potencias de funciones analíticas.

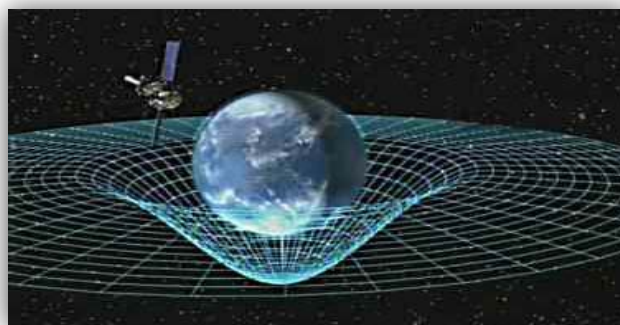
Es bien conocida la preocupación y reticencias de *Euclides* sobre su quinto postulado, o axioma de las paralelas. Durante su permanencia en Gottingen en 1796, su profesor *Kastnër* transmitió a *Gauss* y *Bolyai* esta inquietud por el quinto postulado, lo que originó que estos alumnos empezaran a estudiar el problema. Entre los años 1813 y 1830 Gauss define una nueva geometría conocida actualmente como no euclídea. Son premonitorias estas palabras escritas en una carta a un colega:

“En la teoría de las líneas paralelas, nosotros, no nos encontramos más allá de Euclides. Esta es la parte de la matemática, que más tarde o más temprano debe adquirir una fisonomía absolutamente distinta”.

Encuentra resultados extraordinarios y totalmente novedosos, pero no se atreve a publicarlos:

“Pasará tiempo antes de que yo elabore para conocimiento público mis extensas investigaciones, y quizás esto no llegue a ocurrir durante mi vida, pues temo el griterío de los beocios, si alguna vez me atreviera a exponer mi criterio”.

Tiene que ser el hijo de su buen amigo *Bolyai* quien se atreva a publicar estos resultados y abrir un campo fructífero de las matemáticas conocido como geometrías no euclídeas.



Cuando Gauss tiene noticias del trabajo, escribe al padre de *János Bolyai*:

“Si empiezo diciendo que no puedo alabar semejante trabajo te sentirás desconcertado, pero no puedo hacer otra cosa, porque alabarlo sería alabarme a mí mismo, pues todo el contenido del escrito, el camino seguido por tu hijo y los resultados a los que ha llegado coinciden casi completamente con mis meditaciones, parte de las cuales han tenido lugar desde hace 30 o 35 años”

Resumiendo, al igual que ocurrió en sus inicios con el concepto de número complejo, también la idea de geometría no euclídea, donde se pueden trazar dos rectas paralelas que pasen por un mismo punto exterior a ellas, se la consideró demasiado abstracta e inútil. Como hemos visto, fue descubierta en primer lugar por *Gauss* pero no la publicó por miedo a la polémica que produciría. Posteriormente *Nikolái Lobachevski* y *János Bolyai* realizaron y publicaron por separado el mismo descubrimiento y *Riemann* se encargó de su generalización en su famosa exposición en la prueba de habilitación presidida por un anciano *Gauss*. Lo interesante del caso es que este tipo de geometrías son las que *Einstein* utilizó en sus trabajos y actualmente se aplican constantemente en el campo de la física.

GEORGE CANTOR

Si existe una idea que ha fascinado a los matemáticos en cualquier momento histórico ésta ha sido el concepto y la noción del infinito. Desde la paradoja de *Aquiles* y la tortuga propuesta por el filósofo griego *Zenón* (el desplazamiento es una ilusión), hasta las paradojas de *Bertrand Russell*, pasando por los infinitesimales del cálculo diferencial. La persona que libró una feroz batalla con el infinito, que le costó una grave enfermedad, y consecuentemente con la teoría de conjuntos fue el matemático alemán *George Cantor*.

Galileo estableció una correspondencia biunívoca entre los números naturales y los números naturales múltiplos de dos, de tal manera que a cualquier número natural se le hace corresponder su cuadrado. Pero si esto era posible, entonces ambos conjuntos deberían tener el mismo número de elementos, aunque hay números que están en el primer conjunto y no en el segundo, de modo que es paradójico puesto que éste segundo conjunto debería tener menos elementos que el primero. Existe un bonito cuento atribuido a *Hilbert* donde se pone de manifiesto esta paradoja, conocido como el hotel infinito. Esta paradoja aporta la idea de que deberían existir diferentes tipos de infinitos. El sacerdote *Bernhard Bolzano* probó que la misma paradoja se presenta cuando uno estudia números reales, de tal manera que el número de puntos de un segmento debería ser igual al número de puntos de un segmento el doble de grande, pero esto está en contradicción con nuestra intuición. Sus estudios en este contexto fueron tan intensos que casi llega a probar que el infinito de los números reales es diferente al de los números naturales.

A mediados del siglo XX estaba plenamente aceptado por la comunidad científica que los números reales se podían dividir en dos clases: los racionales y los irracionales, o también en algebraicos (soluciones de ecuaciones polinómicas finitas con coeficientes enteros, como la raíz

cuadrada de dos) y trascendentes (los números no algebraicos, como el número e). Sin embargo, nadie había encontrado un número trascendente, aunque su existencia fue probada en 1851 por *Liouville*. Por fin, *Lindemann* en 1882 probó que el número irracional π era trascendente.

Dedekind analizó las paradojas anteriores y extrajo una definición: un conjunto es infinito cuando es similar a sí mismo (es posible establecer una correspondencia biunívoca entre él y un subconjunto suyo). Cantor asumió esta definición y además probó que no todos los infinitos eran iguales. Además, al igual que a los conjuntos finitos se le asocia un valor que se conoce como su cardinal, a los conjuntos infinitos le asignó un potencial. Dos conjuntos infinitos tendrán el mismo potencial si se les puede poner en correspondencia biunívoca entre ellos. En 1873 *Cantor* ideó un ingenioso método para poner en correspondencia biunívoca al conjunto de los números naturales con el de los números racionales, lo que llevó a gran parte de los matemáticos a pensar que todos los conjuntos infinitos tenían la misma potencia. Pero de nuevo *Cantor* demostró que este argumento era falso, probando que el conjunto de los números reales no es numerable, y que su potencia era más grande que el de los números racionales. En 1877 *Cantor* logró probar que dos segmentos diferentes tienen el mismo número de puntos, o bien que el segmento unitario tiene el mismo número de puntos que toda la recta real. Es más, un segmento unitario tiene el mismo número de puntos que un cuadrado unitario o el cubo unitario o la misma cantidad de puntos que todo el espacio tridimensional. Tal fue la sorpresa que *Cantor* confesó a *Dedekind*: *lo veo y no lo creo*.

En 1895 *Cantor* definió los cardinales transfinitos, de tal manera que el primero de ellos corresponde al infinito numerable y recibe el nombre de $\aleph_0$ (aleph subcero). Los siguientes se corresponden con el cardinal del conjunto de todos los conjuntos del conjunto anterior. *Cantor* sugirió que $\aleph_1$ es el cardinal de los números reales, y se preguntó si existía algún infinito entre ellos, es decir entre el infinito de los números naturales y el infinito de los números irracionales, hipótesis que se conoce como la del continuo, y que fue probada recientemente por el matemático americano *Paul Cohen* con un enfoque y resultado verdaderamente extraordinario.



Kronecker



Dedekind



P. Cohen

El profesor en Berlín de *Cantor* fue el famoso matemático *Kronecker* un fuerte opositor a las nuevas ideas introducidas por su alumno. Es famosa su frase: *Dios creó el número entero; todo el resto es obra del hombre*. Como consecuencia de ello *Cantor* nunca pudo ejercer de profesor en Berlín. Sin embargo, gozaba de apoyo y reconocimiento del mayor matemático de la época *Poincaré*. En 1884 sufrió la primera crisis en su enfermedad mental, era maniaco depresivo, que se intensificaron con recurrentes depresiones e internamientos en un hospital mental donde murió en 1918.

Su obra fue rechazada hasta que el gran matemático *David Hilbert* la rescató escribiendo: *nadie nos expulsará del paraíso que Cantor ha creado para nosotros*. La teoría de *Cantor*, que fue considerada como demasiado abstracta y criticada como "*enfermedad de la que las matemáticas se curarán pronto*", forma hoy parte de los fundamentos de las matemáticas y recientemente ha encontrado una nueva aplicación en el estudio de corrientes turbulentas en fluidos.

Las ideas de *Cantor*, sobre teoría de conjuntos, junto a las aportadas por *George Boole*, en su artículo sobre las leyes del pensamiento, transformaron las matemáticas del siglo XX. Sin embargo, al poco tiempo aparecieron una serie de paradojas (por ejemplo la ideada por *Bertrand Russell*) en la teoría de conjuntos que obligó a reformular el concepto básico de conjunto. Se eliminaron las paradojas pero nadie estaba seguro si aparecerían otras nuevas, es decir, si la teoría era consistente. Desgraciadamente en 1931 entra en escena el gran lógico austriaco *Kurt Gödel* y su famoso y devastador teorema de incompletitud, según el cual en cualquier sistema de axiomas que elijamos es posible siempre encontrar proposiciones cuya certeza no se pueda demostrar dentro del propio sistema. *Gödel* trabajó en la última etapa de su vida en el Instituto para los Estudios Avanzados de Princeton donde mantuvo una gran amistad con *Albert Einstein*, y poco a poco fue desarrollando una enfermedad mental. Falleció en 1978.



LAS MATEMÁTICAS RECIENTES



En el año 1900 se celebró en París, organizado por la Unión Matemática Internacional, el Segundo Congreso Internacional de Matemáticos, que es el encuentro más importante de esta ciencia que se convoca cada cuatro años. En este congreso el matemático alemán *David Hilbert* impartió una conferencia memorable, en la que planteó los que, a su juicio, eran los 23 problemas matemáticos abiertos más interesantes de investigar durante el siglo XX. *Hilbert* era un matemático muy destacado que ocupaba la cátedra de la universidad de Gotinga, y que antes ocuparon *Gauss* y *Riemann*. Nació en un pueblo cercano a Königsberg (hoy en día Kaliningrado, Rusia) donde se graduó e impartió clases hasta el año 1885 en el que se trasladó a la universidad de Gotinga, donde se jubiló en el año 1930.

En la actualidad, tres de estos famosos problemas quedan aún por resolver. El número seis, que en realidad se trata de un programa de investigación consistente en axiomatizar las ciencias físicas, el número ocho relativo a la hipótesis de *Riemann* sobre los ceros de la función zeta y la conjetura de *Goldbach*, y por último el número dieciséis sobre las posibles formas que pueden tener las curvas y superficies correspondientes a las ecuaciones algebraicas cuando sus soluciones son números reales. Recientemente una matemática sueca de 22 años ha publicado un trabajo donde, para ser, resuelve parcialmente el problema. En sus propias palabras: *“Me llevó un par de meses pensarlo, pero luego la solución apareció extremadamente rápido. Solo me llevó unas horas resolverlo después de haberlo expresado en la forma correcta”*.

LA ERA DIGITAL

Para finalizar esta introducción a las matemáticas de nuestros días, no podemos olvidar el impacto que ha tenido en nuestra sociedad el descubrimiento y el uso del ordenador, algo que difícilmente pudo haber sido imaginado por los científicos del siglo pasado. Es evidente que nada surge espontáneamente y mucho menos la revolución digital de la actualidad. Los precursores se encuentran en las máquinas inventadas en el siglo XVII por *Leibni ζ* y *Pascal* y perfeccionadas en el siglo XIX por el británico *George Babbage*. Esta máquina era capaz de realizar operaciones matemáticas de forma automática por medio de un programa escrito en una cinta. Se tuvo que esperar el tiempo necesario para la aparición de la lámpara de vacío y

posteriormente el transistor para que estas ideas pudieran desarrollarse y adoptar la forma que actualmente conocemos.

Con la aparición del ordenador surgieron nuevos temas de investigación como es el estudio de los algoritmos, se han impulsado otras ramas como el cálculo numérico y las matemáticas finitas, de gran actualidad en el estudio de las ecuaciones diferenciales. Por último, con el uso del ordenador, el investigador dispone de una nueva herramienta para enfrentarse a problemas complicados, como por ejemplo, el de los cuatro colores. En 1976, en la universidad de Illinois, y a través de un ordenador de gran potencia de cálculo se pudo comprobar que cuatro colores son suficientes para colorear cualquier mapa, con la condición de que dos países vecinos tengan colores distintos.

Referencias.

1. **Ian Stewart.** Belleza y verdad. Una historia de la simetría. Editorial Crítica. Barcelona. 2007.
2. **Javier Arbonés; Pablo Milrud.** La armonía es numérica. Música y matemáticas. Colección el mundo es matemático. Ed: RBA. 2010.
3. **Miguel de Guzmán.** Lecciones pitagóricas para el siglo XXI.
4. **Alberto Rodríguez de Rivera Meneses.** Historia de las matemáticas: Arquímedes el genio de Siracusa.
5. **Pedro Miguel González Urbaneja.** Fermat y los orígenes del cálculo diferencial. Colección Ciencia Abierta 22. Editorial Nivola. 2008
6. **Morris Kline.** El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días. Alianza editorial. Barcelona. 1992.
7. **Eli Maor.** e: historia de un número. Librería S.A. 2006.
8. **Recursos en la red:**

