

# Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 1

## Ejercicio 1

A partir de un capital inicial de 4000, el interés en cierta cuenta varía de un año a otro de modo que el capital viene dado por la función  $C(t) =$

$$4000 \left( \frac{-1 - 3t + 6t^2 + 2t^3}{-3 - 3t - 4t^2 + 2t^3} \right)^{-9+9t}. \text{ Determinar la tendencia de futuro calculando}$$

el capital que podemos esperar en la cuenta pasado un gran número de años.

- 1)  $\emptyset$
- 2) 4000
- 3)  $\infty$
- 4)  $-\infty$
- 5) 4000 €
- 6)  $\frac{4000}{e^5}$
- 7)  $4000 e^{45}$

## Ejercicio 2

Estudiar la derivabilidad de la función  $f(x) =$

$$\begin{cases} -e^{x+1} - 3 \cos(x+1) - 2 & x \leq -1 \\ -2(x \sin(2) - \sin(x+1) + x \cos(2) + \cos(x+1) + 2 + \sin(2) + \cos(2)) & -1 < x < 1 \\ -2(1 + \sin(2) + 3 \cos(2)) & 1 \leq x \end{cases}$$

- 1) Es derivable en todos los puntos.
- 2) No es derivable en ningún punto.
- 3) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = -1$ .
- 4) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = 1$ .
- 5) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = -1$  y  $x = 1$ .

### Ejercicio 3

Cierta cuenta tiene interés variable compuesto continuamente.

El interés que ofrece la cuenta cada año viene dado por la función

$$I(t) = \left( \frac{-1-t}{19356} \right) e^{2t} \text{ expresado en tanto por 1.}$$

Inicialmente invertimos en dicha cuenta un capital de

15000 euros. Calcular el capital que tendremos pasados 3 años.

- 1) 14462.927 euros
- 2) 14542.927 euros
- 3) 14500.828 euros
- 4) 14492.927 euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(1 \ 0 \ -2 \ -1)$  es combinación lineal de la uplas

$(2 \ 0 \ -4 \ -2)$ ,  $(1 \ 0 \ -2 \ -1)$ ,

- 1) Si
- 2) No

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = -5$$

$$2x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 - 3x_5 + 3x_6 = -4$$

$$-2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 + 3x_6 = 1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -8 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -10 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -4 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ -9 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -6 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -5 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 12 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -11 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 7 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -9 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -12 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = 1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (1 \ -1), (-1 \ 2) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 2

### Ejercicio 1

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 8x - 6x^2}{-7 - 5x + 5x^2}$

- 1)  $-\frac{1}{3}$
- 2)  $\emptyset$
- 3)  $-\frac{6}{5}$
- 4)  $-\infty$
- 5)  $-\frac{1}{7}$
- 6)  $\infty$
- 7) 1

### Ejercicio 2

Una firma de plásticos recibe un encargo para producir 4235 tablas especiales de espuma de plástico para entrenamiento de natación. La firma posee 19 máquinas pero cada una de ellas podrá participar en la fabricación de este tipo de tablas solamente después de una adaptación tras la cual cada máquina adaptada es capaz de fabricar 7 tablas por hora; las máquinas no adaptadas no podrán, por contra, participar en la elaboración de este encargo. El coste de adaptación por máquina es de 2890 unidades monetarias. Además estas máquinas adaptadas al estar automatizadas necesitarán únicamente personal para supervisar la producción cuyo salario es de 578 unidades monetarias por hora. Teniendo en cuenta el número de horas que serán necesarias para producir las tablas del encargo, el costo en salarios para esas horas y los costos de adaptación, ¿cuántas de las máquinas que tiene la empresa deben ser adaptadas para realizar el pedido al mínimo coste posible

- 1) 17
- 2) 18
- 3) 19
- 4) 6
- 5) Ninguna de las otras opciones es correcta.

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_3^4 \left( \frac{6 - 3t + 4at}{-2t + t^2} \right) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro a. Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto 0.

- 1) El resto de las soluciones son incorrectas
- 2) 2.94259
- 3) 2.77259
- 4) 2.79189
- 5) 3.10189
- 6) 1.77579

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(1 \ 0 \ -1 \ -2)$ ,  $(-2 \ 1 \ 1 \ 4)$ ,  $(1 \ 2 \ 1 \ -2)$ ,  $(-1 \ 1 \ 0 \ 2)$ ,

son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

### Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	9K	1K	8K
Pienso marca 2	9K	0K	6K
Pienso marca 3	5K	1K	5K
Pienso marca 4	6K	1K	6K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
101K	8K	82K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 13.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=3, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = 4$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -4$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = 3$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 3

### Ejercicio 1

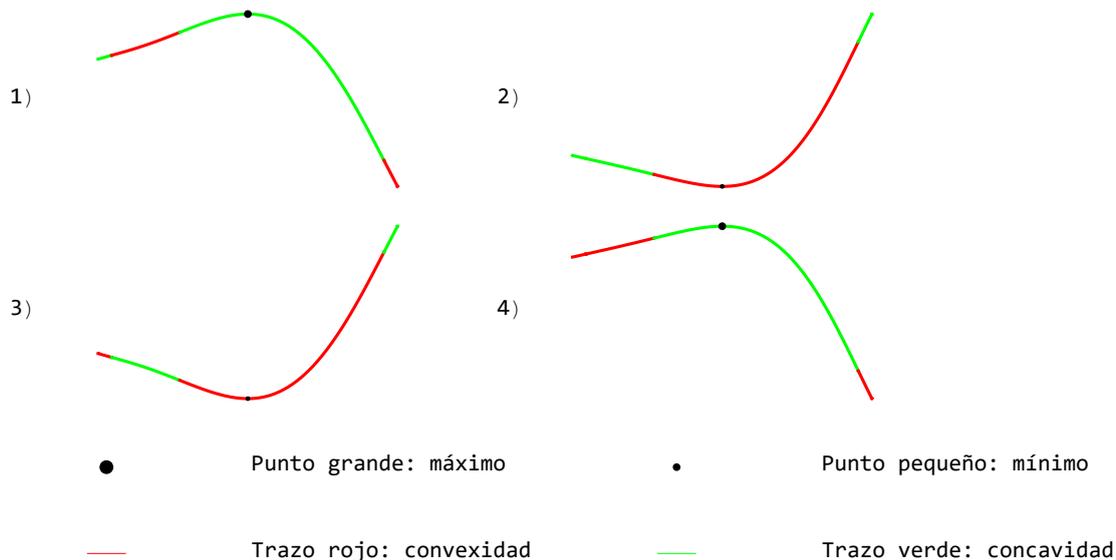
Disponemos de dos cuentas bancarias, una en el banco A y otra en el banco B. En el banco A nos ofrecen un interés del 10% compuesto en 5 períodos, mientras que en la del banco B tenemos un interés del 5% compuesto en 2 períodos. Inicialmente depositamos 1000 euros en el banco A y 5000 en el B. ¿Cuánto tiempo ha de pasar hasta que el capital en ambas cuentas se iguale?

Atención: Para obtener resultados correctos es preciso trabajar con al menos 5 decimales de precisión.

- 1) Tendrán que transcurrir \*\*5.\*\*\*\*\* años.
- 2) Tendrán que transcurrir \*\*8.\*\*\*\*\* años.
- 3) Tendrán que transcurrir \*\*2.\*\*\*\*\* años.
- 4) Tendrán que transcurrir \*\*4.\*\*\*\*\* años.
- 5) Tendrán que transcurrir \*\*0.\*\*\*\*\* años.

### Ejercicio 2

Estudiar las propiedades de forma de  $f(x) = 4 - 240x^2 - 120x^3 - 10x^4 + 9x^5 + 2x^6$  para decidir cuál de las siguientes es la gráfica de dicha función.



Indicación: Para resolver este ejercicio es preciso determinar los intervalos de concavidad y convexidad de la función. Para encontrar los puntos de inflexión de la función que separan los intervalos de concavidad y convexidad, probar con los puntos  $-2, -1, 0, 1, 2$ .

### Ejercicio 3

Cierta cuenta tiene interés variable compuesto continuamente.

El interés que ofrece la cuenta cada año viene dado por la función

$$I(t) = \frac{1}{12} e^{-3+3t} \text{ expresado en tanto por 1.}$$

Inicialmente invertimos en dicha cuenta un capital de

17000 euros. Calcular el capital que tendremos pasado 1 año.

- 1) 17469.2536 euros
- 2) 17464.6859 euros
- 3) 17454.6859 euros
- 4) 17484.6859 euros

### Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -2 & -1 & ? & -1 \\ 3 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & 1 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ -5 & 3 & ? & -4 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & 1 & 0 & 1 \\ -1 & ? & -2 & 1 \\ -1 & -2 & ? & 0 \\ -1 & -4 & -2 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & 0 & -7 & 4 \\ -1 & ? & 3 & -2 \\ 0 & 0 & ? & 2 \\ 0 & 0 & -2 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & 0 & -3 & 0 \\ -3 & ? & 5 & 0 \\ 3 & 0 & ? & 0 \\ -2 & -1 & 3 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & -2 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & -2 & 2 \\ 2 & ? & 2 & -1 \\ 8 & -1 & ? & -6 \\ 6 & -1 & 5 & ? \end{pmatrix}$$

### Ejercicio 5

Determinar los valores del parámetro,  $m$ , para los que el sistema lineal

$$(-4 + m)x - y + z = 1$$

$$-2x + y + z = -3$$

$$-2x + z = -1$$

tiene solución única. Para esa solución, calcular el valor de la variable  $y$

- 1)  $y = -1$ .
- 2)  $y = -9$ .
- 3)  $y = 4$ .
- 4)  $y = -2$ .
- 5)  $y = 2$ .

## Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada alumno en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 57.9304 % en el primer curso y 42.0696 % en el segundo curso.
- 2) 26.678 % en el primer curso y 73.322 % en el segundo curso.
- 3) 9.912 % en el primer curso y 90.088 % en el segundo curso.
- 4) 15.996 % en el primer curso y 84.004 % en el segundo curso.
- 5) 19.141 % en el primer curso y 80.859 % en el segundo curso.
- 6) 8.023 % en el primer curso y 91.977 % en el segundo curso.
- 7) 25.732 % en el primer curso y 74.268 % en el segundo curso.
- 8) 6.634 % en el primer curso y 93.366 % en el segundo curso.

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 4

### Ejercicio 1

Disponemos de una cuenta bancaria que inicialmente ofrecen un interés compuesto continuamente del 4%, en la que pasados 4 años se pasa a ofrecer un interés del 8% compuesto en 2 períodos. Inicialmente depositamos 7000 euros en la cuenta. ¿Cuál será el capital en cuenta pasados 3 años desde el comienzo de la inversión.

- 1) Tendremos un capital de \*\*\*\*7.\*\*\*\*\* euros.
- 2) Tendremos un capital de \*\*\*\*5.\*\*\*\*\* euros.
- 3) Tendremos un capital de \*\*\*\*1.\*\*\*\*\* euros.
- 4) Tendremos un capital de \*\*\*\*2.\*\*\*\*\* euros.
- 5) Tendremos un capital de \*\*\*\*4.\*\*\*\*\* euros.

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + \cos[x^3]}{x^6}$

- 1) -2
- 2)  $-\frac{1}{2}$
- 3) -1
- 4) 0
- 5)  $-\infty$
- 6) 1
- 7)  $\infty$

### Ejercicio 3

El valor de cierto paquete de acciones oscila a lo largo del año. La siguiente función proporciona el valor de la acción en cada mes  $t$ :

$$V(t) = (1 + 8t) (\cos(2\pi t) + 1) \quad \text{euros.}$$

Calcular el valor medio que tendrá la acción a lo largo de los 3 primeros meses del año (entre  $t=0$  y  $t=3$ ).

- 1) 13 euros
- 2)  $\frac{5}{3}$  euros = 1.6667 euros
- 3) 1 euros
- 4) 6 euros

## Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(4 \ 8 \ -7 \ 5)$  es combinación lineal de la uplas

$(1 \ -1 \ 2 \ 2)$ ,  $(-2 \ 0 \ 2 \ 0)$ ,  $(-1 \ 1 \ -1 \ 1)$ ,

- 1) Si      2) No

## Ejercicio 5

Determinar los valores del parámetro,  $m$ , para los que el sistema lineal

$$-x - y - z = -1$$

$$3x + 2y + (2 - m)z = 1$$

$$x + z = -1$$

tiene solución única.

- 1) Tenemos solución única para  $m \neq 1$ .
- 2) Tenemos solución única para  $m \neq -1$ .
- 3) Tenemos solución única para  $m \neq -3$ .
- 4) Tenemos solución única para  $m \leq 2$ .
- 5) Tenemos solución única para  $m \geq -3$ .

## Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 11.016% en el primer curso y 88.984% en el segundo curso.
- 2) 39.6418% en el primer curso y 60.3582% en el segundo curso.
- 3) 24.629% en el primer curso y 75.371% en el segundo curso.
- 4) 16.355% en el primer curso y 83.645% en el segundo curso.
- 5) 10.049% en el primer curso y 89.951% en el segundo curso.
- 6) 4.95% en el primer curso y 95.05% en el segundo curso.
- 7) 16.6667% en el primer curso y 83.3333% en el segundo curso.
- 8) 27.436% en el primer curso y 72.564% en el segundo curso.

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 5

### Ejercicio 1

La población de cierto país (en millones de habitantes) viene dada por la función  $P(t) =$

$$7 \left( \frac{6 + 6t + 3t^2 - 4t^3}{-6 - 6t + 7t^2 - 4t^3} \right)^{1+7t+5t^2}. \text{ Determinar la tendencia de futuro para esta población.}$$

- 1) 7
- 2)  $-\infty$
- 3)  $\frac{7}{e}$
- 4)  $\frac{7}{e^2}$
- 5)  $\infty$
- 6)  $\frac{7}{e^5}$
- 7) 0

### Ejercicio 2

Estudiar la derivabilidad de la función  $f(x) = \begin{cases} -2 \sin(x+2) + 2 \cos(x+2) - 3 & x \leq -2 \\ -2(x \sin(3) + \cos(x+2) - 1 + 2 \sin(3)) & -2 < x < 1 \\ -2(-1 + 3 \sin(3) + \cos(3)) & 1 \leq x \end{cases}$

- 1) Es derivable en todos los puntos.
- 2) No es derivable en ningún punto.
- 3) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = -2$ .
- 4) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = 1$ .
- 5) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = -2$  y  $x = 1$ .

### Ejercicio 3

El saldo en la cuenta de cierto gran fondo de inversión varía de una año a otro estando la velocidad de variación determinada por la función

$$v(t) = (1 + 2t + 4t^2) \log(3t) \text{ millones de euros/año.}$$

Si en el año  $t=1$  el capital del fondo de inversión era de 50 millones de euros, calcular los fondos disponibles pasados (con respecto a  $t=1$ ) 2 años.

- 1)  $\frac{23}{2} - \frac{10 \log[3]}{3} + \frac{316 \log[12]}{3}$  millones de euros = 269.5815 millones de euros
- 2)  $\frac{292}{9} - \frac{10 \log[3]}{3} + 48 \log[9]$  millones de euros = 134.2492 millones de euros
- 3)  $\frac{832}{9} - \frac{10 \log[3]}{3} + 48 \log[9]$  millones de euros = 194.2492 millones de euros
- 4)  $-\frac{190}{9} - \frac{10 \log[3]}{3} + \frac{590 \log[15]}{3}$  millones de euros = 507.8101 millones de euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(0 \ -4 \ -2 \ -4)$  es combinación lineal de la uplas

$(0 \ -1 \ -1 \ -1)$ ,  $(0 \ 0 \ 1 \ 0)$ ,  $(0 \ 0 \ 2 \ 0)$ ,  $(0 \ -1 \ 0 \ -1)$ ,  $(0 \ -1 \ 1 \ -1)$ ,  $(0 \ 1 \ 1 \ 1)$ ,

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

Determinar los valores del parámetro,  $m$ , para los que el sistema lineal

$$(1 + 2m)x + my - z = -3 - 4m$$

$$x + y = -3$$

$$x + y + z = -1$$

tiene solución única. Para esa solución, calcular el valor de la variable  $y$

- 1)  $y = -2$ .
- 2)  $y = 8$ .
- 3)  $y = 3$ .
- 4)  $y = -1$ .
- 5)  $y = 4$ .

## Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 0% en el primer curso y 100.% en el segundo curso.
- 2) 3.411% en el primer curso y 96.589% en el segundo curso.
- 3) 33.871% en el primer curso y 66.129% en el segundo curso.
- 4) 24.2641% en el primer curso y 75.7359% en el segundo curso.
- 5) 19.827% en el primer curso y 80.173% en el segundo curso.
- 6) 21.34% en el primer curso y 78.66% en el segundo curso.
- 7) 32.737% en el primer curso y 67.263% en el segundo curso.
- 8) 29.506% en el primer curso y 70.494% en el segundo curso.

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 6

### Ejercicio 1

El balance en cierta cuenta de inversión varía de un año a otro alternando períodos de pérdidas con otros de ganancias. Tenemos los siguientes datos sobre la liquidez en la cuenta en diferentes años:

año	fondos
1	5
2	9
4	23

Utilizar un polinomio de interpolación para reconstruir la función que proporciona los fondos en la cuenta en cada año  $t$ . Emplear dicha función para pronosticar la cantidad disponible en el año 6.

- 1) Los fondos en la cuenta el año 6 son 59.
- 2) Los fondos en la cuenta el año 6 son 3.
- 3) Los fondos en la cuenta el año 6 son 12.
- 4) Los fondos en la cuenta el año 6 son 45.
- 5) Los fondos en la cuenta el año 6 son -6.

### Ejercicio 2

Entre los meses  $t=2$  y  $t=7$ , los fondos en cierta cuenta (en millones de euros) vienen dados por la función  $F(t) = 13 + 144t - 30t^2 + 2t^3$ .

¿Entre qué valores oscilan los fondos entre los meses  $t=2$  y  $t=3$ .

- 1) Oscila entre 197 y 237.
- 2) Oscila entre 197 y 229.
- 3) Oscila entre 198 y 226.
- 4) Oscila entre 190 y 234.
- 5) Oscila entre 229 y 237.

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_3^9 \left( \frac{4}{(4-2t)^2} \right) dt$

- 1) 0.857143
- 2) 2736.
- 3) -4.14314
- 4) -4.6148
- 5) -3.39287
- 6) -4.67731

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-2 \ 2 \ 0 \ 4)$ ,  $(-3 \ 3 \ 1 \ 1)$ ,  $(-1 \ 1 \ 0 \ 2)$ ,  $(1 \ -2 \ -1 \ -1)$ ,  $(2 \ -2 \ -1 \ 1)$ ,  
son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4
- 5) 5

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$-6x_1 - 8x_2 - 8x_4 + 4x_5 = 6$$

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_5 = -2$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 - 3x_5 = -1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 4 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ 6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -9 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -2 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 4 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -8 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -2 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (-11 \ -8) \rangle$

■  $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-15 \ -11) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} -121 & 165 \\ -88 & 120 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -121 & -165 \\ 88 & 120 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -121 & 88 \\ -165 & 120 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -121 & -88 \\ 165 & 120 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 7

### Ejercicio 1

Se realiza un estudio para analizar la población de cierta ciudad entre los años  $t=3$  y  $t=8$ .

En ese período la población viene dada por la función  $P(t) = 6 + 504t - 78t^2 + 4t^3$

. Determinar durante qué años el número de habitantes se sitúa entre 1076 y 1084.

- 1) Durante los intervalos de años:  $[5, 5.5]$  y  $[7, 7]$  .
- 2) Durante los intervalos de años:  $[3, 4.70967]$  y  $[6, 8]$  .
- 3) Durante los intervalos de años:  $[3, 5]$  y  $[5.5, 8]$  .
- 4) Durante el intervalo de años:  $[5, 7]$  .
- 5) Durante el intervalo de años:  $[5, 7.70732]$  .
- 6) Durante el intervalo de años:  $[5, 5.5]$  .
- 7) Durante los intervalos de años:  $[4, 5]$  y  $[6.30611, 8]$  .
- 8) Durante los intervalos de años:  $[4, 5.15727]$  y  $[6.1442, 7.6708]$  .

### Ejercicio 2

El rendimiento de una determinada plantación de árboles viene dado por  $f(x) =$

$$\frac{-26 + 30x + 31x^2}{42x^2}, \text{ donde } x \text{ es la distancia en metros entre los distintos árboles.}$$

¿A qué distancia se deben plantar unos árboles de otros para conseguir una mayor producción?

- 1)  $\frac{37}{12}$
- 2)  $\frac{26}{15}$
- 3)  $\frac{36}{19}$
- 4)  $\frac{25}{18}$
- 5)  $\frac{39}{11}$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_2^3 \left( \frac{3 + 3t - 4at}{t + t^2} \right) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro a. Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto 0.

- 1) El resto de las soluciones son incorrectas
- 2) -2.09633
- 3) -0.708728
- 4) -1.96963
- 5) -1.15073
- 6) -0.694228

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(1 \ 2 \ -2 \ 2)$ ,  $(0 \ -1 \ 1 \ 1)$ ,  $(-1 \ 1 \ -2 \ -2)$ ,  $(2 \ 0 \ 2 \ 0)$ ,  
son independientes?

- 1) 1    2) 2    3) 3    4) 4

### Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	2K	6K	3K	7K
harinas vegetales	1K	4K	2K	5K
harinas de pescado	0K	1K	1K	4K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
54K	36K	19K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 11.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=3
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=4
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 17 & 25 \\ -9 & -13 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 0)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=3$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(5 \ -3)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(3 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 8

### Ejercicio 1

Se realiza un estudio para analizar la población de cierta ciudad entre los años  $t=1$  y  $t=9$ .

En ese período la población viene dada por la función  $P(t) = 9 + 288t - 66t^2 + 4t^3$

. Determinar durante qué años el número de habitantes se sitúa entre 225 y 361.

- 1) Durante los intervalos de años:  $[1, 1]$ ,  $[2.11932, 4]$  y  $[6, 9]$ .
- 2) Durante los intervalos de años:  $[1.78874, 5.]$  y  $[8.40008, 9.48216]$ .
- 3) Durante los intervalos de años:  $[3.44596, 4.]$  y  $[8., 9.]$ .
- 4) Durante el intervalo de años:  $[6.07911, 7.]$ .
- 5) Durante los intervalos de años:  $[6., 7.35988]$  y  $[8.66141, 9.24064]$ .
- 6) Durante el intervalo de años:  $[2., 8.35323]$ .
- 7) Durante los intervalos de años:  $[1, 2.11932]$  y  $[4, 6]$ .
- 8) Durante los intervalos de años:  $[1.46966, 7.]$  y  $[8.22996, 9.]$ .

### Ejercicio 2

El rendimiento de una determinada plantación de árboles viene dado por  $f(x) =$

$$\frac{-29 + 23x + 13x^2}{19x^7}, \text{ donde } x \text{ es la distancia en metros entre los distintos árboles.}$$

¿A qué distancia se deben plantar unos árboles de otros para conseguir una mayor producción?

- 1)  $\frac{1}{13}$
- 2)  $\frac{36}{13}$
- 3)  $\frac{28}{13}$
- 4)  $\frac{15}{4}$
- 5) 1

### Ejercicio 3

Calcular el área encerrada por la función  $f(x) = 12 + 2x - 2x^2$  y el eje horizontal entre los puntos  $x = -2$  y  $x = 2$ .

$$1) \frac{127}{3} = 42.3333$$

$$2) \frac{130}{3} = 43.3333$$

$$3) \frac{251}{6} = 41.8333$$

$$4) \frac{112}{3} = 37.3333$$

$$5) \frac{121}{3} = 40.3333$$

$$6) \frac{124}{3} = 41.3333$$

$$7) \frac{239}{6} = 39.8333$$

$$8) \frac{118}{3} = 39.3333$$

### Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & -2 & -5 & -7 \\ -1 & ? & 6 & 8 \\ 1 & -1 & ? & -6 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & 2 \\ 0 & ? & -1 & -2 \\ 1 & -1 & ? & 2 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & 2 \\ 0 & ? & -2 & 3 \\ 1 & 1 & ? & -2 \\ -1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ 2 & ? & 1 & -3 \\ 1 & 0 & ? & -2 \\ 0 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ -4 & ? & -5 & -3 \\ 4 & 0 & ? & 2 \\ -10 & 3 & -9 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -1 \\ -4 & ? & 3 & 3 \\ -1 & 0 & ? & 1 \\ -5 & 1 & 3 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 2 & ? & -2 & 0 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 2 & -2 & ? \end{pmatrix}$$

### Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & a & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ tenga determinante igual a } -4?$$

$$1) 2 \quad 2) 4 \quad 3) 0 \quad 4) -5 \quad 5) -4$$

## Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 19 & -12 & 12 \\ -6 & 5 & -4 \\ -36 & 24 & -23 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (0 \ 2 \ 2) \quad v_2 = (-2 \ -2 \ 1) \quad v_3 = (0 \ -1 \ -1) \quad v_4 = (0 \ 1 \ 1) .$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$    2) Solamente  $v_2$    3) Solamente  $v_3$    4) Solamente  $v_4$    5) Todos   6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 9

### Ejercicio 1

El capital en cierta cuenta durante los meses  $t=1$  a  $t=9$  viene dado por la función  $C(t) = 8 + 192t - 60t^2 + 4t^3$

. Determinar durante qué meses el capital se sitúa entre  $-216$  y  $-136$  euros.

- 1) Durante los intervalos de meses:  $[3., 4.24965]$  y  $[5., 6.58082]$  .
- 2) Durante el intervalo de meses:  $[1.28104, 7.]$  .
- 3) Durante el intervalo de meses:  $[5., 6.75978]$  .
- 4) Durante los intervalos de meses:  $[1.1006, 4.]$  y  $[5., 9.0894]$  .
- 5) Durante los intervalos de meses:  $[3.76685, 6.29022]$  y  $[7., 8.24503]$  .
- 6) Durante los intervalos de meses:  $[6, 7]$  y  $[8.89898, 9]$  .
- 7) Durante los intervalos de meses:  $[1, 6]$  ,  $[7, 8.89898]$  y  $[9, 9]$  .
- 8) Durante el intervalo de meses:  $[5.22792, 8.44858]$  .

### Ejercicio 2

El rendimiento de una determinada plantación de árboles viene dado por  $f(x) =$

$$\frac{-44 + 4x + 19x^2}{12x^6}, \text{ donde } x \text{ es la distancia en metros entre los distintos árboles.}$$

¿A qué distancia se deben plantar unos árboles de otros para conseguir una mayor producción?

- 1)  $\frac{19}{3}$
- 2)  $\frac{33}{19}$
- 3)  $\frac{36}{11}$
- 4)  $\frac{1}{3}$
- 5) 4

### Ejercicio 3

El valor de cierto paquete de acciones oscila a lo largo del año. La siguiente función proporciona el valor de la acción en cada mes  $t$ :

$$V(t) = 1 + 3t + 2t^2 + t^3 + 3t^4 \text{ euros.}$$

Calcular el valor medio que tendrá la acción a lo largo de los 8 primeros meses del año (entre  $t=0$  y  $t=8$ ).

- 1)  $\frac{241}{480}$  euros = 0.5021 euros
- 2)  $\frac{39619}{15}$  euros = 2641.2667 euros
- 3)  $\frac{4011}{160}$  euros = 25.0688 euros
- 4)  $\frac{137}{30}$  euros = 4.5667 euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(1 \ 1 \ -8 \ 8)$  es combinación lineal de la uplas  $(-1 \ 2 \ 1 \ -1)$ ,  $(-2 \ 4 \ 2 \ -2)$ ,

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & a & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ tenga determinante igual a } 0?$$

- 1) 1
- 2) 5
- 3) -1
- 4) 4
- 5) -5

### Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ :

$$v_1 = (2 \ 0 \ 0) \quad v_2 = (1 \ 1 \ 0) \quad v_3 = (-1 \ 0 \ -2) \quad v_4 = (-1 \ 0 \ 1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$
- 2) Solamente  $v_2$
- 3) Solamente  $v_3$
- 4) Solamente  $v_4$
- 5) Todos
- 6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 10

### Ejercicio 1

Disponemos de una cuenta bancaria que inicialmente ofrecen un interés compuesto continuamente del 7%, en la que pasados 3 años se pasa a ofrecer un interés compuesto continuamente del 1%. Inicialmente depositamos 7000 euros en la cuenta. ¿Cuál será el capital en cuenta pasados 4 años desde el comienzo de la inversión.

- 1) Tendremos un capital de \*\*\*\*0.\*\*\*\*\* euros.
- 2) Tendremos un capital de \*\*\*\*8.\*\*\*\*\* euros.
- 3) Tendremos un capital de \*\*\*\*1.\*\*\*\*\* euros.
- 4) Tendremos un capital de \*\*\*\*7.\*\*\*\*\* euros.
- 5) Tendremos un capital de \*\*\*\*2.\*\*\*\*\* euros.

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{11}{6} - 3x + \frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + \text{Log}[x]}{1 - 4x + 6x^2 - 4x^3 + x^4}$

- 1) -1
- 2)  $-\infty$
- 3)  $\infty$
- 4) 1
- 5) -2
- 6)  $-\frac{1}{4}$
- 7) 0

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_0^1 ((8 - 12t + 4t^2) \text{Cos}[2 + 2t]) dt$

- 1) -2.56589
- 2) -7.77225
- 3) -8.31623
- 4) -7.41184
- 5) -12.2143
- 6) -1.26134

## Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & 0 & 1 & 1 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -7 & -5 & 1 \\ -4 & ? & 5 & -2 \\ -2 & 1 & ? & 1 \\ 6 & -10 & -7 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -5 & 3 & -5 \\ -1 & ? & 0 & 2 \\ 1 & -2 & ? & -2 \\ -1 & -1 & -3 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -3 & 2 & -3 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ -1 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & -1 \\ 2 & ? & -1 & -1 \\ 0 & -2 & ? & -1 \\ -1 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -3 \\ -2 & ? & 0 & 3 \\ 1 & -1 & ? & -1 \\ 4 & -2 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 1 \\ -1 & ? & -1 & -1 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ 1 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \\ a & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ tenga determinante igual a } -3?$$

- 1) -5    2) 3    3) -2    4) -4    5) 5

## Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} -3 & -4 & 2 \\ 8 & 9 & -4 \\ 12 & 12 & -5 \end{pmatrix}$ :

$$v_1 = (0 \ 0 \ -2) \quad v_2 = (-1 \ -1 \ 0) \quad v_3 = (2 \ 0 \ 0) \quad v_4 = (-1 \ 1 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 11

### Ejercicio 1

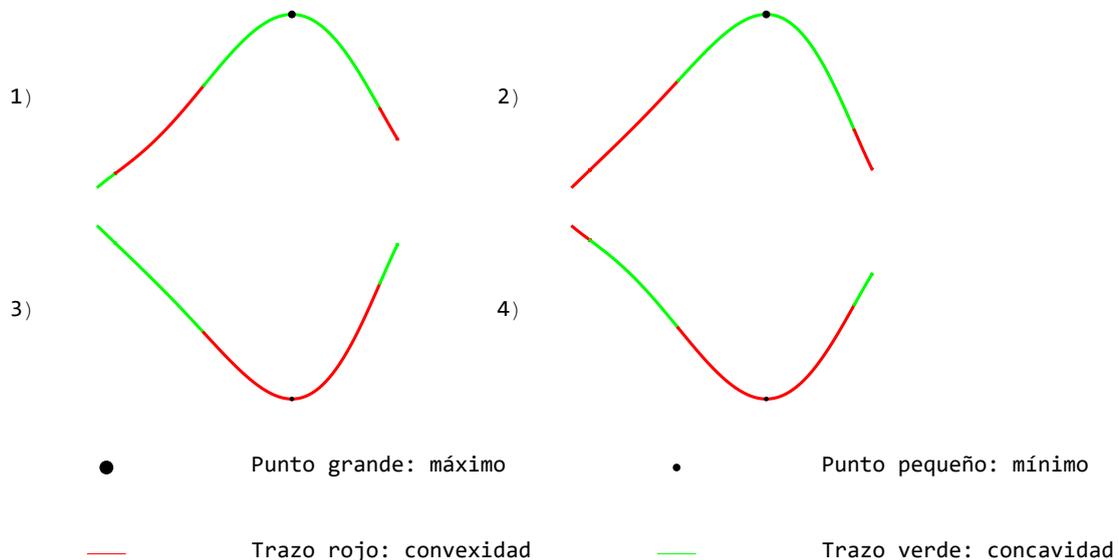
Disponemos de dos cuentas bancarias, una en el banco A y otra en el banco B. En el banco A nos ofrecen un interés compuesto del 4%, mientras que en la del banco B tenemos un interés compuesto del 9%. Inicialmente depositamos 5000 euros en el banco A y 1000 en el B. ¿Cuánto tiempo ha de pasar hasta que el capital en ambas cuentas se iguale?

Atención: Para obtener resultados correctos es preciso trabajar con al menos 5 decimales de precisión.

- 1) Tendrán que transcurrir \*\*6.\*\*\*\*\* años.
- 2) Tendrán que transcurrir \*\*8.\*\*\*\*\* años.
- 3) Tendrán que transcurrir \*\*0.\*\*\*\*\* años.
- 4) Tendrán que transcurrir \*\*9.\*\*\*\*\* años.
- 5) Tendrán que transcurrir \*\*4.\*\*\*\*\* años.

### Ejercicio 2

Estudiar las propiedades de forma de  $f(x) = 1 - 120x^2 - 40x^3 + 15x^4 + 12x^5 + 2x^6$  para decidir cuál de las siguientes es la gráfica de dicha función.



Indicación: Para resolver este ejercicio es preciso determinar los intervalos de concavidad y convexidad de la función. Para encontrar los puntos de inflexión de la función que separan los intervalos de concavidad y convexidad, probar con los puntos  $-2, -1, 0, 1, 2$ .

### Ejercicio 3

Cierta cuenta tiene interés variable compuesto continuamente.

El interés que ofrece la cuenta cada año viene dado por la función

$$I(t) = \left( \frac{1}{100} (2 + 3t + 3t^2) \right) \log(t) \text{ expresado en tanto por 1.}$$

En el año  $t=1$  invertimos en dicha cuenta un capital de 20000

euros. Calcular el capital almacenado en la cuenta pasados (con respecto a  $t=1$ ) 5 años.

- 1)  $1.0635 \times 10^6$  euros
- 2)  $1.0635 \times 10^6$  euros
- 3)  $1.0635 \times 10^6$  euros
- 4)  $1.0636 \times 10^6$  euros

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-2 \ 1 \ 1 \ -1 \ -2)$ ,  $(-2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 1)$ ,  $(2 \ -1 \ -1 \ 0 \ 0)$ ,  $(-2 \ -1 \ 2 \ 0 \ -2)$ ,

son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$x_1 - 5x_2 - 4x_3 + 10x_4 + 5x_5 - 4x_6 = -1$$

$$-4x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 7x_4 + 4x_5 - 3x_6 = -2$$

$$2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 8x_4 - 3x_5 + 3x_6 = 5$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).  
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ 6 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 8 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 35 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -14 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 11 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 12 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -2 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -61 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 18 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 59 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 10 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -64 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 16 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 62 \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (-3 \ -4) \rangle$

■  $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (7 \ 9) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} 27 & -63 \\ 12 & -28 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -3 & -3 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 27 & -21 \\ 36 & -28 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 27 & 12 \\ -63 & -28 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} 27 & 36 \\ -21 & -28 \end{pmatrix}$$

# Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 12

## Ejercicio 1

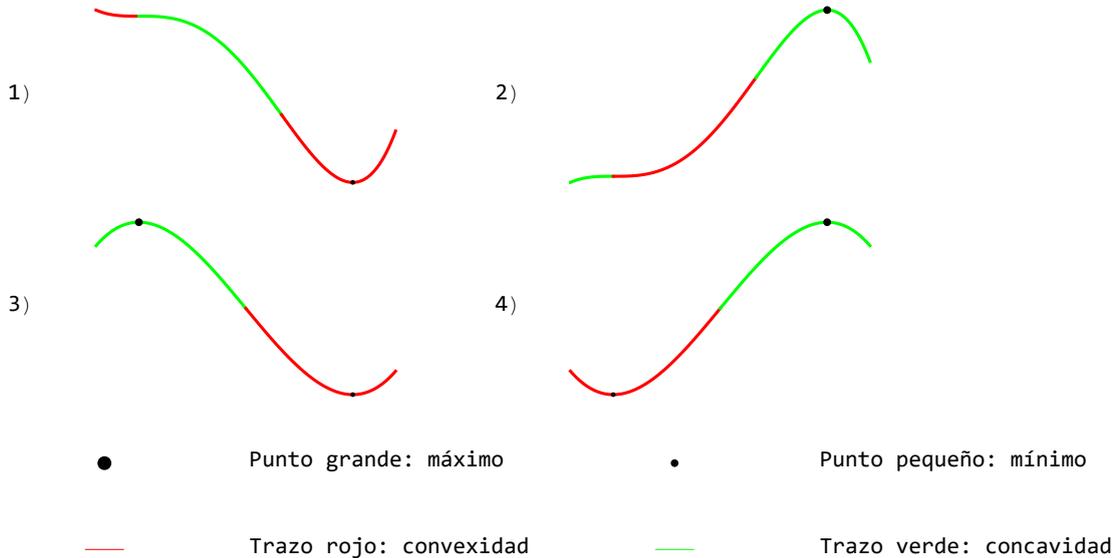
Disponemos de dos cuentas bancarias, una en el banco A y otra en el banco B. En el banco A nos ofrecen un interés compuesto del 1%, mientras que en la del banco B tenemos un interés compuesto continuamente del 8%. Inicialmente depositamos 5000 euros en el banco A y 1000 en el B. ¿Cuánto tiempo ha de pasar hasta que el capital en ambas cuentas se iguale?

Atención: Para obtener resultados correctos es preciso trabajar con al menos 5 decimales de precisión.

- 1) Tendrán que transcurrir \*\*4.\*\*\*\*\* años.
- 2) Tendrán que transcurrir \*\*2.\*\*\*\*\* años.
- 3) Tendrán que transcurrir \*\*1.\*\*\*\*\* años.
- 4) Tendrán que transcurrir \*\*0.\*\*\*\*\* años.
- 5) Tendrán que transcurrir \*\*6.\*\*\*\*\* años.

## Ejercicio 2

Estudiar las propiedades de forma de  $f(x) = 4 + 48x + 48x^2 + 20x^3 + 3x^4$  para decidir cuál de las siguientes es la gráfica de dicha función.



Indicación: Para encontrar los máximos y mínimos de la función, probar con los puntos -2, -1, 0, 1, 2. Para resolver este ejercicio es preciso determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-a}^{-5} (2 + a + 2t - 6at - 9t^2 - 6at^2 - 8t^3) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro  $a$ . Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto  $0$ .

- 1) El resto de las soluciones son incorrectas
- 2) 163
- 3) 180
- 4) 169
- 5) 176
- 6) 157

### Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- 1)  $\begin{pmatrix} ? & 1 & 1 & 1 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ -1 & -1 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$
- 2)  $\begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 2 & 0 & ? & 1 \\ -2 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$
- 3)  $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 0 & ? & -1 \\ 1 & 2 & 0 & ? \end{pmatrix}$
- 4)  $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ -3 & ? & 2 & 2 \\ 1 & 0 & ? & -1 \\ -1 & -1 & 2 & ? \end{pmatrix}$
- 5)  $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 1 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 1 & 2 & 3 & ? \end{pmatrix}$
- 6)  $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 3 \\ -2 & ? & -1 & -2 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$
- 7)  $\begin{pmatrix} ? & 0 & -2 & -2 \\ -1 & ? & 1 & -2 \\ 0 & -1 & ? & 1 \\ 2 & 0 & 2 & ? \end{pmatrix}$

### Ejercicio 5

Calcular la matriz  $X$  despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left( X - \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1)  $\begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$
- 2)  $\begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$
- 3)  $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$
- 4)  $\begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix}$
- 5)  $\begin{pmatrix} * & * \\ 1 & * \end{pmatrix}$

### Ejercicio 6

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 1+3\alpha & 9\alpha \\ -\alpha & 1-3\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha = -3$
- 2)  $\alpha = 0$
- 3)  $\alpha = -2$
- 4)  $\alpha = 1$
- 5)  $\alpha = 2$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 13

### Ejercicio 1

La población de cierta región turística crece de forma exponencial según la función  $P(t) = 78000 e^{t/50}$

que indica el número de ciudadanos residentes en cada año  $t$ . Al mismo tiempo, dependiendo de cada estación la ciudad recibe también un número variable de turistas que está

determinado por la función trigonométrica  $I(t) = 4000 + 1000 \sin\left[\frac{t}{2\pi}\right]$

que proporciona la cantidad de visitantes inmigrantes en cada momento  $t$  ( $t$  en años).

Determinar cuántos años deben transcurrir hasta que se alcancen los 106000 habitantes (la solución la podemos encontrar para  $t$  entre 11 y 16).

- 1)  $t = **.1****$
- 2)  $t = **.3****$
- 3)  $t = **.5****$
- 4)  $t = **.7****$
- 5)  $t = **.9****$

### Ejercicio 2

Estudiar la derivabilidad de la función  $f(x) = \begin{cases} \sin(x+1) + \cos(x+1) + 5 & x \leq -1 \\ x + 2 \cos(x+1) + 9 & -1 < x < 1 \\ 3x(\log(x) - 1) + 13 + 2 \cos(2) & 1 \leq x \end{cases}$

- 1) Es derivable en todos los puntos.
- 2) No es derivable en ningún punto.
- 3) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = -1$ .
- 4) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = 1$ .
- 5) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = -1$  y  $x = 1$ .

### Ejercicio 3

El valor de cierto paquete de acciones oscila a lo largo del año. La siguiente función proporciona el valor de la acción en cada mes  $t$ :

$$V(t) = (8 + 2t) (\cos(2\pi t) + 2) \text{ euros.}$$

Calcular el valor medio que tendrá la acción a lo largo de los 3 primeros meses del año (entre  $t=0$  y  $t=3$ ).

- 1)  $-\frac{14}{3}$  euros = -4.6667 euros
- 2) 6 euros
- 3) 22 euros
- 4)  $\frac{40}{3}$  euros = 13.3333 euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(3 \ 7 \ 8 \ 4)$  es combinación lineal de la uplas

$(0 \ 4 \ 2 \ 0)$ ,  $(0 \ 2 \ 1 \ 0)$ ,

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	2K	5K	6K	2K
harinas vegetales	2K	9K	5K	3K
harinas de pescado	3K	15K	7K	5K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
69K	89K	141K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 17.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=5, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -3 & 3 & 1 \\ 6 & -17 & -6 \\ -19 & 48 & 17 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 0 \ 1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 3 \ -2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -2 \ 2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-3$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -1 \ 3)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 3 \ -2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle (1,1,-1) \rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle (1,0,1) \rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle (1,1,-1), (0,1,1) \rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle (1,0,1) \rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle (2,1) \rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 14

### Ejercicio 1

La población de cierta región turística crece de forma exponencial según la función  $P(t) = 59000 e^{t/100}$

que indica el número de ciudadanos residentes en cada año  $t$ . Al mismo tiempo, dependiendo de cada estación la ciudad recibe también un número variable de turistas que está

determinado por la función trigonométrica  $I(t) = 2000 + 1000 \sin\left[\frac{t}{2\pi}\right]$

que proporciona la cantidad de visitantes inmigrantes en cada momento  $t$  ( $t$  en años).

Determinar cuántos años deben transcurrir hasta que se alcancen los 85000 habitantes (la solución la podemos encontrar para  $t$  entre 33 y 38).

- 1)  $t = ** .1****$
- 2)  $t = ** .3****$
- 3)  $t = ** .5****$
- 4)  $t = ** .7****$
- 5)  $t = ** .9****$

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{11}{2} - 9x + \frac{9x^2}{2} - x^3 + \text{Log}[x^3]}{1 - 4x + 6x^2 - 4x^3 + x^4}$

- 1) 1
- 2)  $\infty$
- 3) -1
- 4) -2
- 5) 0
- 6)  $-\infty$
- 7)  $-\frac{3}{4}$

### Ejercicio 3

El saldo en la cuenta de cierto gran fondo de inversión varía de una año a otro estando la velocidad de variación determinada por la función

$$v(t) = (2 + 3t) \log(t) \text{ millones de euros/año.}$$

Si en el año  $t=1$  el capital del fondo de inversión era de 40 millones de euros, calcular los fondos disponibles pasados (con respecto a  $t=1$ ) 4 años.

$$1) \frac{91}{4} + 32 \log[4] \text{ millones de euros} = 67.1114 \text{ millones de euros}$$

$$2) 24 + \frac{95 \log[5]}{2} \text{ millones de euros} = 100.4483 \text{ millones de euros}$$

$$3) \frac{15}{4} + 66 \log[6] \text{ millones de euros} = 122.0061 \text{ millones de euros}$$

$$4) 14 + \frac{95 \log[5]}{2} \text{ millones de euros} = 90.4483 \text{ millones de euros}$$

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(2 \ -4 \ 7 \ 4)$  es combinación lineal de la uplas  $(0 \ -2 \ -2 \ 0)$ ,  $(0 \ -4 \ -4 \ 0)$ ,

- 1) Si      2) No

### Ejercicio 5

Determinar los valores del parámetro,  $m$ , para los que el sistema lineal

$$x - 2y + z = -3$$

$$-x + y = 2$$

$$2x + (-4 - m)y + 2z = -6$$

tiene solución única.

- 1) Tenemos solución única para  $m \neq 2$ .
- 2) Tenemos solución única para  $m \leq 3$ .
- 3) Tenemos solución única para  $m \neq 0$ .
- 4) Tenemos solución única para  $m \geq -2$ .
- 5) Tenemos solución única para  $m \neq 1$ .

## Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 3 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 9.167% en el primer curso y 90.833% en el segundo curso.
- 2) 28.197% en el primer curso y 71.803% en el segundo curso.
- 3) 6.264% en el primer curso y 93.736% en el segundo curso.
- 4) 32.341% en el primer curso y 67.659% en el segundo curso.
- 5) 8.806% en el primer curso y 91.194% en el segundo curso.
- 6) 35.236% en el primer curso y 64.764% en el segundo curso.
- 7) 35.1351% en el primer curso y 64.8649% en el segundo curso.
- 8) 49.2604% en el primer curso y 50.7396% en el segundo curso.

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 15

### Ejercicio 1

Cierta institución pública alterna períodos de superávit con otros de endeudamiento. Tenemos los siguientes datos sobre las cuentas de esta institución (en millones de euros):

año	fondos
1	27
4	24
8	-8

Utilizar un polinomio de interpolación para reconstruir la función que proporciona el balance de cuentas en cada año  $t$ . Sabemos que la legislación obliga a que los fondos de la institución se sitúen entre 12 y 27. Determinar (utilizando la función reconstruida mediante el polinomio de interpolación) durante qué años se cumple la normativa exigida dentro del período en que disponemos de datos (es decir desde  $t=1$  hasta  $t=8$ ).

- 1) Se alcanzarán en el intervalo  $[-2, 1]$ .
- 2) Se alcanzarán en el intervalo  $[1, 6]$ .
- 3) Se cumplirá en los intervalos:  $[1, 1]$  y  $[3, 6]$ .
- 4) Se cumplirá en los intervalos:  $[-2, 0]$  y  $[3, 6]$ .
- 5) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 1]$ .
- 6) Se alcanzarán en el intervalo  $[1, 8]$ .
- 7) Se alcanzarán en el intervalo  $[6, 8]$ .
- 8) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 6]$ .

### Ejercicio 2

El dueño de una piscifactoría ha determinado que si compra  $x$  peces

(en millares), entonces, al cabo de un mes tendrá  $f(x) = \frac{49x}{25 + 20x}$  peces.

¿Qué número de peces debe comprar para conseguir que la ganancia,  $f(x) - x$ , sea máxima?

- 1)  $\frac{1}{2}$
- 2)  $\frac{17}{5}$
- 3)  $\frac{6}{5}$
- 4) 2
- 5)  $\frac{5}{3}$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-7}^{-1} \left( \frac{7}{(-2+t)^4} \right) dt$

- 1) -4.39029
- 2) -4.56046
- 3) 0.083219
- 4) -3.63885
- 5) -3.92769
- 6) -19 602.

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-2 \ 0 \ 4 \ 2)$ ,  $(-1 \ -2 \ 0 \ 2)$ ,  $(0 \ 1 \ 2 \ 2)$ ,  $(1 \ -1 \ -2 \ 2)$ ,  $(2 \ 1 \ -2 \ 0)$ ,

son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4
- 5) 5

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$-5x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 10x_4 - 6x_5 = -7$$

$$3x_1 - 2x_2 - x_3 - 4x_4 + x_5 = 5$$

$$-x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 + 4x_5 = -3$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -3 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 6 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 9 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -11 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -4 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 10 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 7 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -13 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = 0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (5 \ 13), (-2 \ -5) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 16

### Ejercicio 1

Cierta institución pública alterna períodos de superávit con otros de endeudamiento. Tenemos los siguientes datos sobre las cuentas de esta institución (en millones de euros):

año	fondos
1	40
4	46
6	30

Utilizar un polinomio de interpolación para reconstruir la función que proporciona el balance de cuentas en cada año  $t$ . Sabemos que la legislación obliga a que los fondos de la institución se sitúen entre 40 y 46. Determinar (utilizando la función reconstruida mediante el polinomio de interpolación) durante qué años se cumple la normativa exigida dentro del período en que disponemos de datos (es decir desde  $t=1$  hasta  $t=6$ ).

- 1) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 5]$ .
- 2) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 2]$ .
- 3) Se cumplirá en los intervalos:  $[0, 1]$  y  $[4, 5]$ .
- 4) Se alcanzarán en el intervalo  $[2, 5]$ .
- 5) Se cumplirá en los intervalos:  $[1, 2]$  y  $[4, 5]$ .
- 6) Se alcanzarán en el intervalo  $[2, 6]$ .
- 7) Se alcanzarán en el intervalo  $[1, 2]$ .
- 8) Se alcanzarán en el intervalo  $[5, 6]$ .

### Ejercicio 2

El dueño de una piscifactoría ha determinado que si compra  $x$  peces

(en millares), entonces, al cabo de un mes tendrá  $f(x) = \frac{16x}{1+20x}$  peces.

¿Qué número de peces debe comprar para conseguir que la ganancia,  $f(x) - x$ , sea máxima?

- 1)  $\frac{38}{15}$
- 2)  $\frac{3}{20}$
- 3)  $\frac{7}{2}$
- 4)  $\frac{23}{19}$
- 5)  $\frac{25}{18}$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-9}^0 \left(-\frac{20}{5-4t}\right) dt$

- 1) -33.5518
- 2) -36.3625
- 3) -36.474
- 4) -25.2453
- 5) -10.5207
- 6) -2.10413

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(1 \ -2 \ 2 \ -1)$ ,  $(2 \ 1 \ -2 \ -1)$ ,  $(2 \ 2 \ 2 \ 2)$ ,  $(-2 \ -2 \ -1 \ -1)$ ,  
son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$11x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 4$$

$$4x_1 + x_2 + 3x_3 + 9x_4 + 7x_5 = 1$$

$$7x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 5x_4 - 2x_5 = 3$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -3 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 38 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 82 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 55 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 37 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 83 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 57 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} 3 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -12 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 84 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -14 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -4 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = 0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (-1 \ -2), (-5 \ -11) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 17

### Ejercicio 1

La población de cierto país (en millones de habitantes) viene dada por la función  $P(t) =$

$$7 \left( \frac{-2 + 8t - 9t^2 + 2t^3}{7 - 9t + 5t^2 + 2t^3} \right)^{8+5t}. \text{ Determinar la tendencia de futuro para esta población.}$$

- 1)  $\infty$
- 2)  $\frac{7}{e^5}$
- 3)  $-\infty$
- 4)  $\emptyset$
- 5) 7
- 6)  $\frac{7}{e^{17501/500}}$
- 7)  $\frac{7}{e^{35}}$

### Ejercicio 2

Estudiar la derivabilidad de la función  $f(x) = \begin{cases} -2(\sin(2)\cos(x) + \cos(2)\sin(x) - 1) & x \leq -2 \\ \frac{3x^2}{4} + x + 2 & -2 < x < 0 \\ \sin(x) + 3\cos(x) - 1 & 0 \leq x \end{cases}$

- 1) Es derivable en todos los puntos.
- 2) No es derivable en ningún punto.
- 3) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = -2$ .
- 4) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = 0$ .
- 5) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = -2$  y  $x = 0$ .

### Ejercicio 3

El saldo en la cuenta de cierto gran fondo de inversión varía de una año a otro estando la velocidad de variación determinada por la función

$$v(t) = (1 + 4t + t^2) \log(3t) \text{ millones de euros/año.}$$

Si en el año  $t=1$  el capital del fondo de inversión era de 60 millones de euros, calcular los fondos disponibles pasados (con respecto a  $t=1$ ) 2 años.

- 1)  $35 - \frac{10 \log[3]}{3} + \frac{172 \log[12]}{3}$  millones de euros = 173.8059 millones de euros
- 2)  $\frac{964}{9} - \frac{10 \log[3]}{3} + 30 \log[9]$  millones de euros = 169.3658 millones de euros
- 3)  $\frac{164}{9} - \frac{10 \log[3]}{3} + \frac{290 \log[15]}{3}$  millones de euros = 276.3384 millones de euros
- 4)  $\frac{424}{9} - \frac{10 \log[3]}{3} + 30 \log[9]$  millones de euros = 109.3658 millones de euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(1 \ 1 \ -1 \ 3)$  es combinación lineal de la uplas

$(2 \ 0 \ -1 \ 1)$ ,  $(2 \ 2 \ 0 \ 1)$ ,  $(1 \ 1 \ 1 \ -2)$ ,

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

Determinar los valores del parámetro,  $m$ , para los que el sistema lineal

$$3x + 2y + (-4 + m)z = -6 + m$$

$$x + y - 2z = -3$$

$$-x + z = 1$$

tiene solución única. Para esa solución, calcular el valor de la variable  $y$

- 1)  $y = -5$ .
- 2)  $y = -2$ .
- 3)  $y = -6$ .
- 4)  $y = -1$ .
- 5)  $y = 4$ .

## Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 2 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 0.994 % en el primer curso y 99.006 % en el segundo curso.
- 2) 50. % en el primer curso y 50. % en el segundo curso.
- 3) 15.832 % en el primer curso y 84.168 % en el segundo curso.
- 4) 9.554 % en el primer curso y 90.446 % en el segundo curso.
- 5) 19.8 % en el primer curso y 80.2 % en el segundo curso.
- 6) 20.083 % en el primer curso y 79.917 % en el segundo curso.
- 7) 29.717 % en el primer curso y 70.283 % en el segundo curso.
- 8) 24.675 % en el primer curso y 75.325 % en el segundo curso.

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 18

### Ejercicio 1

Estudiar la continuidad de la función  $f(x) = \begin{cases} 3 \sin(x+1) & x \leq -1 \\ \frac{x}{3} + \frac{1}{3} & -1 < x < 2 \\ \cos(2-x) - 2 \sin(2-x) & 2 \leq x \end{cases}$

- 1) Es continua en todos los puntos.
- 2) No es continua en ningún punto.
- 3) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = -1$ .
- 4) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = 2$ .
- 5) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = -1$  y  $x = 2$ .

### Ejercicio 2

Estudiar la derivabilidad de la función  $f(x) =$

$$\begin{cases} -3 & x \leq 0 \\ 2e^2x + x - 2e^x - 3x \sin(2) - 3 \cos(x) + 2 & 0 < x < 2 \\ 3x - 2(x-1) \log(x-1) + 2e^2 - 1 - 6 \sin(2) - 3 \cos(2) & 2 \leq x \end{cases}$$

- 1) Es derivable en todos los puntos.
- 2) No es derivable en ningún punto.
- 3) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = 0$ .
- 4) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = 2$ .
- 5) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = 0$  y  $x = 2$ .

### Ejercicio 3

El valor de cierto paquete de acciones oscila a lo largo del año. La siguiente función proporciona el valor de la acción en cada mes  $t$ :

$$V(t) = (7 + 3t)e^{2+2t} \text{ euros.}$$

Calcular el valor medio que tendrá la acción a lo largo de los 8 primeros meses del año (entre  $t=0$  y  $t=8$ ).

- 1)  $\frac{1}{8} \left( -\frac{11e^2}{4} + \frac{17e^4}{4} \right)$  euros = 26.4653 euros
- 2)  $\frac{1}{8} \left( -\frac{11e^2}{4} + \frac{59e^{18}}{4} \right)$  euros =  $1.2106 \times 10^8$  euros
- 3)  $\frac{1}{8} \left( -\frac{11e^2}{4} + \frac{23e^6}{4} \right)$  euros = 287.4245 euros
- 4)  $\frac{1}{8} \left( \frac{5}{4} - \frac{11e^2}{4} \right)$  euros = -2.3837 euros

## Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(4 \ 3 \ -4 \ -2)$  es combinación lineal de la uplas

$(-1 \ 0 \ -2 \ 2)$ ,  $(-2 \ 0 \ -4 \ 4)$ ,  $(0 \ 1 \ -4 \ 2)$ ,  $(2 \ 1 \ 0 \ -2)$ ,  $(1 \ 1 \ -2 \ 0)$ ,  $(2 \ 2 \ -4 \ 0)$ ,

1) Si      2) No

## Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	1K	2K	3K	4K
harinas vegetales	0K	1K	3K	2K
harinas de pescado	1K	2K	5K	5K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
15K	6K	16K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 8.

- 1) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=3, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -7 & -4 & -1 \\ 14 & 8 & 2 \\ 9 & 4 & 3 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=4$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -2 \ 1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 1 \ 2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -3 \ -3)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 2 \ 1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-5$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -3 \ -2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 19

### Ejercicio 1

El balance en cierta cuenta de inversión varía de un año a otro alternando períodos de pérdidas con otros de ganancias. Tenemos los siguientes datos sobre la liquidez en la cuenta en diferentes años:

año	fondos
0	0
1	3
2	10

Utilizar un polinomio de interpolación para reconstruir la función que proporciona los fondos en la cuenta en cada año  $t$ . Emplear dicha función para pronosticar la cantidad disponible en el año 4.

- 1) Los fondos en la cuenta el año 4 son 55.
- 2) Los fondos en la cuenta el año 4 son 36.
- 3) Los fondos en la cuenta el año 4 son 1.
- 4) Los fondos en la cuenta el año 4 son  $-10$ .
- 5) Los fondos en la cuenta el año 4 son  $-19$ .

### Ejercicio 2

Entre los meses  $t=2$  y  $t=8$ , los fondos en cierta cuenta (en millones de euros) vienen dados por la función  $F(t) = 15 + 36t - 15t^2 + 2t^3$ .

¿Entre qué valores oscilan los fondos entre los meses  $t=6$  y  $t=7$ .

- 1) Oscila entre 123 y 218.
- 2) Oscila entre 42 y 43.
- 3) Oscila entre 42 y 367.
- 4) Oscila entre 124 y 212.
- 5) Oscila entre 126 y 224.

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-9}^{-4} \left( -\frac{125}{(4-5t)^3} \right) dt$

- 1)  $-0.0164952$
- 2)  $-3.06179$
- 3)  $2.71651 \times 10^6$
- 4)  $-3.78118$
- 5)  $-3.23696$
- 6)  $-4.03568$

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ 2 \ -2 \ 1)$ ,  $(2 \ -1 \ 0 \ -2)$ ,  $(-2 \ 0 \ 1 \ -2)$ ,

son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$-x_1 + x_2 - 5x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 2$$

$$-2x_1 + x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ 6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 11 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} -2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 13 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 10 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (1 \ -1) \rangle$

■  $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-2 \ 3) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 20

### Ejercicio 1

Disponemos de una cuenta bancaria en la que nos ofrecen un interés compuesto continuamente del 5% y en la que inicialmente depositamos 8000 euros. ¿Cuánto tiempo ha de pasar hasta que el capital en la cuenta alcance los 16000 euros?

Atención: Para obtener resultados correctos es preciso trabajar con al menos 5 decimales de precisión.

- 1) Tendrán que transcurrir `**0.*****` años.
- 2) Tendrán que transcurrir `**4.*****` años.
- 3) Tendrán que transcurrir `**1.*****` años.
- 4) Tendrán que transcurrir `**3.*****` años.
- 5) Tendrán que transcurrir `**8.*****` años.

### Ejercicio 2

Obtener la derivada de la función  $f(t) = \sin^3(t) - \sin(\sin(t)) + \cos(\sin(t))$  y calcular su valor en el punto  $t=0$ .

- 1)  $f'(0) = 4$
- 2)  $f'(0) = -1$
- 3)  $f'(0) = -3$
- 4)  $f'(0) = 0$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-a}^2 (10 + 3a + 6t + 10at + 15t^2 + 9at^2 + 12t^3) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro  $a$ . Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto  $0$ .

- 1) El resto de las soluciones son incorrectas
- 2) 60
- 3) 51
- 4) 43
- 5) 47
- 6) 71

## Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & -1 & 2 & -1 \\ 1 & ? & 1 & 0 \\ 4 & -1 & ? & 0 \\ 2 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -3 & -3 & 2 \\ -3 & ? & 1 & -1 \\ 0 & 1 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & 0 \\ -2 & ? & 2 & 1 \\ 3 & -3 & ? & -1 \\ -1 & 0 & 3 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & -1 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & -2 & ? & 0 \\ 2 & 4 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & 0 \\ 2 & ? & 4 & 1 \\ 4 & 3 & ? & 0 \\ 1 & 1 & 3 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 1 \\ -1 & ? & -1 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -2 & 0 & 2 & ? \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 5

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot X + \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & 1 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & 2 \\ * & * \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 6

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -45 - 15\alpha & 75 + 25\alpha \\ -27 - 9\alpha & 45 + 15\alpha \end{pmatrix}$ ?

$$1) \alpha=4 \quad 2) \alpha=-4 \quad 3) \alpha=2 \quad 4) \alpha=-3 \quad 5) \alpha=1$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 21

### Ejercicio 1

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow \infty} 3 + x + 9x^2 + 4x^3 - 8x^4 - 2x^5$

- 1)  $\infty$
- 2)  $-7$
- 3)  $-5$
- 4)  $0$
- 5)  $-\infty$
- 6)  $1$
- 7)  $-6$

### Ejercicio 2

Una firma de plásticos recibe un encargo para producir 5005 tablas especiales de espuma de plástico para entrenamiento de natación. La firma posee 20 máquinas pero cada una de ellas podrá participar en la fabricación de este tipo de tablas solamente después de una adaptación tras la cual cada máquina adaptada es capaz de fabricar 7 tablas por hora; las máquinas no adaptadas no podrán, por contra, participar en la elaboración de este encargo. El coste de adaptación por máquina es de 17017 unidades monetarias. Además estas máquinas adaptadas al estar automatizadas necesitarán únicamente personal para supervisar la producción cuyo salario es de 595 unidades monetarias por hora. Teniendo en cuenta el número de horas que serán necesarias para producir las tablas del encargo, el costo en salarios para esas horas y los costos de adaptación, ¿cuántas de las máquinas que tiene la empresa deben ser adaptadas para realizar el pedido al mínimo coste posible

- 1) 13
- 2) 5
- 3) 11
- 4) 8
- 5) Ninguna de las otras opciones es correcta.

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_7^8 \left( \frac{15 + 8a - 5t + 4at}{-6 - t + t^2} \right) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro  $a$ . Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto  $0$ .

- 1)  $-0.0342258$
- 2)  $0.654474$
- 3) El resto de las soluciones son incorrectas
- 4)  $0.896474$
- 5)  $-0.0108258$
- 6)  $0.892574$

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ -2 \ 0 \ 1)$ ,  $(1 \ -1 \ -1 \ -1)$ ,  $(-1 \ -2 \ -1 \ 1)$ ,  $(-2 \ 1 \ 2 \ 1)$ ,

son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

### Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	18K	5K	8K
Pienso marca 2	10K	0K	2K
Pienso marca 3	6K	2K	3K
Pienso marca 4	35K	9K	15K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
209K	51K	87K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 11.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=2, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=4, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -11 & 4 \\ -25 & 9 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -4$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 3)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = 3$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = 4$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -1$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ -3)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -1$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 5)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 22

### Ejercicio 1

Cierta institución pública alterna períodos de superávit con otros de endeudamiento. Tenemos los siguientes datos sobre las cuentas de esta institución (en millones de euros):

año	fondos
1	-8
4	-50
8	-50

Utilizar un polinomio de interpolación para reconstruir la función que proporciona el balance de cuentas en cada año  $t$ . Sabemos que la legislación obliga a que los fondos de la institución se sitúen entre  $-56$  y  $-8$ . Determinar (utilizando la función reconstruida mediante el polinomio de interpolación) durante qué años se cumple la normativa exigida dentro del período en que disponemos de datos (es decir desde  $t=1$  hasta  $t=8$ ).

- 1) Se cumplirá en los intervalos:  $[1, 5]$  y  $[7, 8]$ .
- 2) Se alcanzarán en el intervalo  $[7, 8]$ .
- 3) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 7]$ .
- 4) Se cumplirá en los intervalos:  $[0, 5]$  y  $[7, 11]$ .
- 5) Se alcanzarán en el intervalo  $[1, 5]$ .
- 6) Se alcanzarán en el intervalo  $[1, 7]$ .
- 7) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 1]$ .
- 8) Se alcanzarán en el intervalo  $[1, 8]$ .

### Ejercicio 2

El dueño de una piscifactoría ha determinado que si compra  $x$  peces

(en millares), entonces, al cabo de un mes tendrá  $f(x) = \frac{9x}{1+43x}$  peces.

¿Qué número de peces debe comprar para conseguir que la ganancia,  $f(x) - x$ , sea máxima?

- 1)  $\frac{2}{43}$
- 2) 23
- 3)  $\frac{40}{17}$
- 4)  $\frac{11}{3}$
- 5)  $\frac{23}{15}$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-7}^{-3} \left( \frac{50}{(-2-5t)^2} \right) dt$

- 1) -4.20259
- 2) -4.19267
- 3) -4.2776
- 4) -4.88452
- 5) 33.740.
- 6) 0.4662

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(2 \ 1 \ -2 \ -1)$ ,  $(1 \ -2 \ 0 \ -2)$ ,  $(0 \ 1 \ -2 \ 0)$ ,

son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$-x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 4x_4 + 4x_5 = 2$$

$$x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_5 = 0$$

$$-3x_1 - 4x_2 + 10x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 2$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -9 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = 0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (3 \ -11), (-1 \ 4) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & -3 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 23

### Ejercicio 1

Disponemos de una cuenta bancaria que inicialmente ofrecen un interés compuesto del 7%, en la que pasado 1 año se pasa a ofrecer un interés compuesto continuamente del 5%. Inicialmente depositamos 7000 euros en la cuenta. ¿Cuál será el capital en cuenta pasados 5 años desde el comienzo de la inversión.

- 1) Tendremos un capital de \*\*\*\*8.\*\*\*\*\* euros.
- 2) Tendremos un capital de \*\*\*\*6.\*\*\*\*\* euros.
- 3) Tendremos un capital de \*\*\*\*0.\*\*\*\*\* euros.
- 4) Tendremos un capital de \*\*\*\*7.\*\*\*\*\* euros.
- 5) Tendremos un capital de \*\*\*\*5.\*\*\*\*\* euros.

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + \cos[x]}{x^2}$

- 1) 0
- 2) -2
- 3)  $-\frac{1}{2}$
- 4)  $-\frac{2}{3}$
- 5)  $\infty$
- 6)  $-\infty$
- 7) 1

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_0^1 ((27 - 27t - 18t^2) \cos[2 + 3t]) dt$

- 1) -8.15517
- 2) 2.12747
- 3) -36.7761
- 4) -32.6881
- 5) -2.39731
- 6) -26.3584

### Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 & 0 \\ 5 & 14 & -3 & -3 \\ -4 & -14 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ .

1)  $\begin{pmatrix} ? & 4 & 7 & 8 \\ -4 & ? & -4 & -5 \\ 0 & 0 & ? & -2 \\ -7 & -3 & -6 & ? \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} ? & -4 & -1 & 3 \\ 1 & ? & -1 & 0 \\ 1 & -1 & ? & 1 \\ -1 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} ? & -3 & -2 & 1 \\ -1 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 1 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$     4)

$\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ -5 & ? & 1 & 0 \\ -1 & 0 & ? & 1 \\ -2 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 2 & ? & 5 & 2 \\ 2 & -2 & ? & 1 \\ 0 & -1 & -2 & ? \end{pmatrix}$     6)  $\begin{pmatrix} ? & -1 & 2 & 0 \\ -7 & ? & -8 & -4 \\ 3 & -2 & ? & 2 \\ 2 & -2 & 2 & ? \end{pmatrix}$     7)  $\begin{pmatrix} ? & -1 & 4 & 0 \\ 2 & ? & -5 & -1 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$

### Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro a para que la matriz

$\begin{pmatrix} a & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$  tenga determinante igual a -5?

- 1) -4    2) -3    3) 2    4) -5    5) -1

### Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 4 & -5 & 2 \\ -8 & 4 & -7 \end{pmatrix}$ :

$v_1 = (0 \ 0 \ 1)$      $v_2 = (1 \ 0 \ -3)$      $v_3 = (0 \ 3 \ 0)$      $v_4 = (-1 \ -2 \ 0)$ .

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 24

### Ejercicio 1

La población de cierta region turística crece de forma exponencial según la función  $P(t) = 86000 e^{t/50}$

que indica el número de ciudadanos residentes en cada año  $t$ . Al mismo tiempo, dependiendo de cada estación la ciudad recibe también un número variable de turistas que está

determinado por la función trigonométrica  $I(t) = 5000 + 4000 \sin\left[\frac{t}{2\pi}\right]$

que proporciona la cantidad de visitantes inmigrantes en cada momento  $t$  ( $t$  en años).

Determinar cuántos años deben transcurrir hasta que se alcancen los 121000 habitantes (la solución la podemos encontrar para  $t$  entre 12 y 17).

- 1)  $t = **.\theta****$
- 2)  $t = **.2****$
- 3)  $t = **.4****$
- 4)  $t = **.6****$
- 5)  $t = **.8****$

### Ejercicio 2

El dueño de una piscifactoría ha determinado que si compra  $x$  peces

(en millares), entonces, al cabo de un mes tendrá  $f(x) = \frac{45x}{20 + 42x}$  peces.

¿Qué número de peces debe comprar para conseguir que la ganancia,  $f(x) - x$ , sea máxima?

- 1)  $\frac{13}{3}$
- 2)  $\frac{35}{16}$
- 3)  $\frac{32}{11}$
- 4)  $\frac{5}{21}$
- 5)  $\frac{1}{4}$

### Ejercicio 3

Calcular el área encerrada por la función  $f(x) = 2 + 3x + x^2$  y el eje horizontal entre los puntos  $x = -3$  y  $x = 4$ .

$$1) \frac{170}{3} = 56.6667$$

$$2) \frac{343}{6} = 57.1667$$

$$3) \frac{173}{3} = 57.6667$$

$$4) \frac{107}{2} = 53.5$$

$$5) \frac{176}{3} = 58.6667$$

$$6) \frac{319}{6} = 53.1667$$

$$7) \frac{349}{6} = 58.1667$$

$$8) \frac{331}{6} = 55.1667$$

### Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & -3 & -1 & 2 \\ 2 & ? & -1 & 3 \\ -8 & 10 & ? & -8 \\ 3 & -4 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ 1 & ? & 1 & -1 \\ -1 & -2 & ? & 0 \\ 1 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & 1 \\ 0 & ? & -1 & 1 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ 1 & -1 & -2 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -2 \\ 1 & ? & -1 & -2 \\ -1 & -2 & ? & 1 \\ -1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -1 \\ -1 & ? & 2 & 1 \\ 0 & -2 & ? & -2 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 3 \\ 1 & ? & -2 & 0 \\ -3 & 1 & ? & 1 \\ -1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & -1 & -1 \\ 0 & 1 & ? & 2 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$x_1 - 2x_2 + 4x_3 + x_4 - x_5 = 5$$

$$-7x_1 + 9x_2 - 10x_3 - 3x_4 + 5x_5 = -4$$

$$-3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 2$$

$$-12x_1 + 15x_2 - 16x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 5$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ -87 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 59 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -28 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 6 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} -82 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 18 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -27 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 55 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -26 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (1 \ -1) \rangle$

■  $\lambda_2 = 1$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-1 \ 2) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

# Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 25

## Ejercicio 1

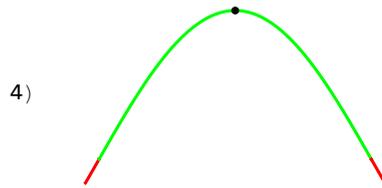
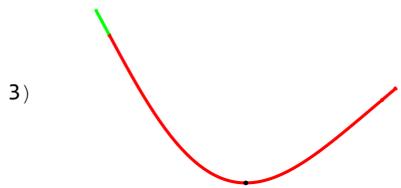
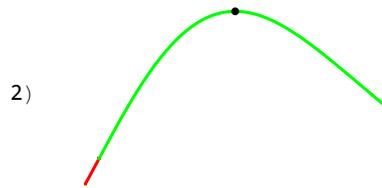
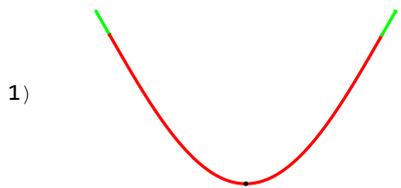
Estudiar la continuidad de la función  $f(x) = \begin{cases} -2e^{x+1} - 3\sin(x+1) & x \leq -1 \\ \log(x+2) - 2 & -1 < x < 1 \end{cases}$

- 1) Es continua en todos los puntos.
- 2) No es continua en ningún punto.
- 3) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = -1$ .
- 4) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = 1$ .
- 5) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = -1$  y  $x = 1$ .

## Ejercicio 2

Estudiar las propiedades de forma de  $f(x) = 3 - 12x^2 + \frac{x^4}{2}$

para decidir cuál de las siguientes es la gráfica de dicha función.



- Punto grande: máximo
- Punto pequeño: mínimo
- Trazo rojo: convexidad
- Trazo verde: concavidad

Indicación: Para resolver este ejercicio es preciso determinar los intervalos de concavidad y convexidad de la función. Para encontrar los puntos de inflexión de la función que separan los intervalos de concavidad y convexidad, probar con los puntos  $-2, -1, 0, 1, 2$ .

### Ejercicio 3

El valor de cierto paquete de acciones oscila a lo largo del año. La siguiente función proporciona el valor de la acción en cada mes  $t$ :

$$V(t) = (4 + 3t + 3t^2) \log(3t) \text{ euros.}$$

Calcular el valor medio del paquete de acciones entre el mes 1 y el mes 3 (entre  $t=1$  y  $t=3$ ).

$$1) \frac{1}{3} \left( -\frac{177}{4} - \frac{13 \log[3]}{2} + 104 \log[12] \right) \text{ euros} = 69.0131 \text{ euros}$$

$$2) \frac{1}{3} \left( -\frac{226}{3} - \frac{13 \log[3]}{2} + \frac{365 \log[15]}{2} \right) \text{ euros} = 137.2483 \text{ euros}$$

$$3) \frac{1}{2} \left( -\frac{68}{3} - \frac{13 \log[3]}{2} + \frac{105 \log[9]}{2} \right) \text{ euros} = 42.7733 \text{ euros}$$

$$4) \frac{1}{2} \left( -\frac{177}{4} - \frac{13 \log[3]}{2} + 104 \log[12] \right) \text{ euros} = 103.5197 \text{ euros}$$

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(-6 \ -7 \ -7 \ -1)$  es combinación lineal de la uplas  $(-2 \ 2 \ 1 \ -2)$ ,  $(-2 \ -2 \ -1 \ -1)$ ,  $(2 \ 1 \ 1 \ 1)$ ,  $(-2 \ 1 \ 1 \ -2)$ ,  $(0 \ -1 \ 0 \ 0)$ ,

1) Si      2) No

### Ejercicio 5

Calcular la matriz  $X$  despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \left( X - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & -2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & 0 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & * & -1 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

### Ejercicio 6

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 7-2\alpha & -3+\alpha \\ 12-4\alpha & -5+2\alpha \end{pmatrix}$ ?

1)  $\alpha=-4$       2)  $\alpha=0$       3)  $\alpha=1$       4)  $\alpha=3$       5)  $\alpha=4$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 26

### Ejercicio 1

Se realiza un estudio para analizar la población de cierta ciudad entre los años  $t=0$  y  $t=9$ .

En ese período la población viene dada por la función  $P(t) = 5 + 360t - 66t^2 + 4t^3$

. Determinar durante qué años el número de habitantes se sitúa entre 599 y 1005.

- 1) Durante los intervalos de años:  $[1, 2]$  y  $[6.24767, 9.09296]$ .
- 2) Durante los intervalos de años:  $[5.47006, 7.46821]$  y  $[8.1889, 9.54502]$ .
- 3) Durante los intervalos de años:  $[2, 3.37203]$  y  $[4.37907, 5.3106]$ .
- 4) Durante el intervalo de años:  $[0.629718, 2.17032]$ .
- 5) Durante el intervalo de años:  $[3, 9]$ .
- 6) Durante los intervalos de años:  $[2, 4]$  y  $[5, 9.29546]$ .
- 7) Durante los intervalos de años:  $[0, 3]$  y  $[9, 9]$ .
- 8) Durante el intervalo de años:  $[1.31853, 6.77712]$ .

### Ejercicio 2

El rendimiento de una determinada plantación de árboles viene dado por  $f(x) =$

$$\frac{-20 + 12x + 39x^2}{27x^8}, \text{ donde } x \text{ es la distancia en metros entre los distintos árboles.}$$

¿A qué distancia se deben plantar unos árboles de otros para conseguir una mayor producción?

- 1)  $\frac{2}{3}$
- 2) 1
- 3) 2
- 4) 1
- 5)  $\frac{9}{2}$

### Ejercicio 3

Calcular el área encerrada por la función  $f(x) = -4 - 2x + 2x^2$  y el eje horizontal entre los puntos  $x = -3$  y  $x = 2$ .

1)  $\frac{185}{6} = 30.8333$

2)  $\frac{25}{3} = 8.3333$

3)  $\frac{167}{6} = 27.8333$

4)  $\frac{85}{3} = 28.3333$

5)  $\frac{94}{3} = 31.3333$

6)  $\frac{79}{3} = 26.3333$

7)  $\frac{88}{3} = 29.3333$

8)  $\frac{179}{6} = 29.8333$

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(1 \ 2 \ 0 \ 2 \ 2)$ ,  $(-1 \ -1 \ -2 \ -1 \ 0)$ ,  $(0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 1)$ ,  $(-1 \ -2 \ 2 \ 2 \ 0)$ ,  $(-2 \ -4 \ 2 \ 0 \ -2)$ ,

son independientes?

1) 1    2) 2    3) 3    4) 4    5) 5

### Ejercicio 5

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

1)  $\begin{pmatrix} * & -2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} * & -1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} * & 2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} * & * & -1 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} * & * & 0 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$

### Ejercicio 6

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 2+\alpha & 1+\alpha \\ -1-\alpha & -\alpha \end{pmatrix}$ ?

1)  $\alpha = -3$     2)  $\alpha = 4$     3)  $\alpha = -4$     4)  $\alpha = 3$     5)  $\alpha = -1$

# Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 27

## Ejercicio 1

Disponemos de dos cuentas bancarias, una en el banco A y otra en el banco B. En el banco A nos ofrecen un interés compuesto del 5%, mientras que en la del banco B tenemos un interés compuesto continuamente del 9%. Inicialmente depositamos 5000 euros en el banco A y 1000 en el B. ¿Cuánto tiempo ha de pasar hasta que el capital en ambas cuentas se iguale?

Atención: Para obtener resultados correctos es preciso trabajar con al menos 5 decimales de precisión.

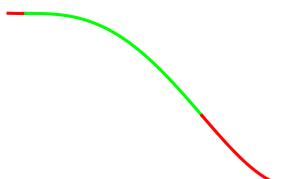
- 1) Tendrán que transcurrir \*\*3.\*\*\*\*\* años.
- 2) Tendrán que transcurrir \*\*1.\*\*\*\*\* años.
- 3) Tendrán que transcurrir \*\*4.\*\*\*\*\* años.
- 4) Tendrán que transcurrir \*\*9.\*\*\*\*\* años.
- 5) Tendrán que transcurrir \*\*0.\*\*\*\*\* años.

## Ejercicio 2

Estudiar las propiedades de forma de  $f(x) = 2 - 24x - 18x^2 + 3x^4$  para decidir cuál de las siguientes es la gráfica de dicha función.

1) 

2) 

3) 

4) 

● Punto grande: máximo                      ● Punto pequeño: mínimo

— Trazo rojo: convexidad                      — Trazo verde: concavidad

Indicación: Para encontrar los máximos y mínimos de la función, probar con los puntos -2, -1, 0, 1, 2. Para resolver este ejercicio es preciso determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-a}^{-2} (6 - 14a - 28t + 32at + 48t^2 - 12at^2 - 16t^3) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro  $a$ . Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto  $0$ .

- 1) El resto de las soluciones son incorrectas
- 2) 133
- 3) 136
- 4) 135
- 5) 113
- 6) 130

### Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 6 & -4 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 0 & -1 \\ 5 & -3 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- 1)  $\begin{pmatrix} ? & -3 & 0 & -1 \\ 5 & ? & 3 & 0 \\ 4 & -3 & ? & 0 \\ 1 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix}$
- 2)  $\begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & 1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$
- 3)  $\begin{pmatrix} ? & -2 & 2 & 2 \\ 0 & ? & -1 & -1 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ 4 & -3 & 5 & ? \end{pmatrix}$
- 4)  $\begin{pmatrix} ? & 1 & 0 & 1 \\ -1 & ? & 1 & 1 \\ 1 & 0 & ? & -2 \\ -2 & -1 & 2 & ? \end{pmatrix}$
- 5)  $\begin{pmatrix} ? & -1 & 2 & 0 \\ -3 & ? & -1 & 0 \\ 13 & -4 & ? & -1 \\ -4 & 2 & -2 & ? \end{pmatrix}$
- 6)  $\begin{pmatrix} ? & -1 & 4 & 1 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 2 & -2 & ? & 1 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$
- 7)  $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 0 & ? & -1 \\ 2 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$

### Ejercicio 5

Calcular la matriz  $X$  despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}$$

- 1)  $\begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$
- 2)  $\begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$
- 3)  $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$
- 4)  $\begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix}$
- 5)  $\begin{pmatrix} * & -1 \\ * & * \end{pmatrix}$

### Ejercicio 6

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -1-\alpha & -1+\alpha \\ 1-\alpha & -3+\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-2$
- 2)  $\alpha=1$
- 3)  $\alpha=-1$
- 4)  $\alpha=-4$
- 5)  $\alpha=-3$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 28

### Ejercicio 1

El balance en cierta cuenta de inversión varía de un año a otro alternando períodos de pérdidas con otros de ganancias. Tenemos los siguientes datos sobre la liquidez en la cuenta en diferentes años:

año	fondos
1	23
2	42
3	59

Utilizar un polinomio de interpolación para reconstruir la función que proporciona los fondos en la cuenta en cada año  $t$ . Emplear dicha función para calcular cuál fue la cantidad máxima de fondos disponibles de que dispuso el fondo de inversión.

- 1) El máximo de los fondos en cuenta fue 123.
- 2) El máximo de los fondos en cuenta fue 8.
- 3) El máximo de los fondos en cuenta fue 87.
- 4) El máximo de los fondos en cuenta fue 11.
- 5) El máximo de los fondos en cuenta fue 15.

### Ejercicio 2

Entre los meses  $t=1$  y  $t=8$ , la cotización de cierta acción en bolsa (en euros) viene dada por la función  $C(t) = 2 + 18t - 12t^2 + 2t^3$ .

¿Entre qué valores oscila la cotización entre los meses  $t=3$  y  $t=7$ .

- 1) Oscila entre 5 y 234.
- 2) Oscila entre 2 y 10.
- 3) Oscila entre 2 y 226.
- 4) Oscila entre 2 y 402.
- 5) Oscila entre 10 y 221.

### Ejercicio 3

El valor de cierto paquete de acciones oscila a lo largo del año. La siguiente función proporciona el valor de la acción en cada mes  $t$ :

$$V(t) = (1 + 3t) (\cos(2\pi t) + 1) \text{ euros.}$$

Calcular el valor medio que tendrá la acción a lo largo de los 6 primeros meses del año (entre  $t=0$  y  $t=6$ ).

- 1)  $\frac{1}{12}$  euros = 0.0833 euros
- 2)  $\frac{4}{3}$  euros = 1.3333 euros
- 3) 10 euros
- 4)  $\frac{5}{12}$  euros = 0.4167 euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(5 \ -4 \ 2 \ 9)$  es combinación lineal de la uplas

$(2 \ 2 \ -1 \ -1)$ ,  $(0 \ 1 \ -2 \ -1)$ ,  $(2 \ 1 \ 1 \ 0)$ ,  $(-4 \ 2 \ 0 \ 0)$ ,  $(-2 \ 1 \ 0 \ 0)$ ,  $(-4 \ 0 \ -1 \ 0)$ ,

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & a & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ tenga determinante igual a } 0?$$

- 1) -4
- 2) 1
- 3) -5
- 4) 3
- 5) 0

### Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 2 & 5 & 2 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ :

$$v_1 = (-1 \ 3 \ 0) \quad v_2 = (-3 \ 1 \ 0) \quad v_3 = (0 \ 0 \ 2) \quad v_4 = (-2 \ -2 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$
- 2) Solamente  $v_2$
- 3) Solamente  $v_3$
- 4) Solamente  $v_4$
- 5) Todos
- 6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 29

### Ejercicio 1

Disponemos de una cuenta bancaria que inicialmente ofrecen un interés del 9% compuesto en 5 períodos, en la que pasados 3 años se pasa a ofrecer un interés compuesto del 5%. Inicialmente depositamos 7000 euros en la cuenta. ¿Cuál será el capital en cuenta pasados 4 años desde el comienzo de la inversión.

- 1) Tendremos un capital de \*\*\*\*9.\*\*\*\*\* euros.
- 2) Tendremos un capital de \*\*\*\*1.\*\*\*\*\* euros.
- 3) Tendremos un capital de \*\*\*\*3.\*\*\*\*\* euros.
- 4) Tendremos un capital de \*\*\*\*2.\*\*\*\*\* euros.
- 5) Tendremos un capital de \*\*\*\*5.\*\*\*\*\* euros.

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + e^x - x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6}}{x^4}$

- 1)  $\infty$
- 2) -1
- 3)  $-\frac{2}{3}$
- 4)  $-\infty$
- 5) 0
- 6) 1
- 7)  $\frac{1}{24}$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-2}^0 (\cos[1+t]) dt$

- 1) -1.68294
- 2) 1.68294
- 3) -7.46165
- 4) -7.56525
- 5) -6.2408
- 6) -8.10738

## Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 & -2 \\ -1 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & -2 & 2 & 0 \\ 0 & ? & 1 & -1 \\ -1 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 2 \\ -7 & ? & 2 & 7 \\ 4 & 4 & ? & -5 \\ -3 & -3 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ -2 & ? & 0 & 1 \\ 0 & 3 & ? & 0 \\ -1 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & 2 & 1 & 1 \\ -1 & ? & 1 & -3 \\ 0 & -2 & ? & 1 \\ 1 & 3 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -1 \\ 3 & ? & 0 & -3 \\ 2 & -1 & ? & -3 \\ -2 & 0 & 3 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ -1 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 3 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 0 & -1 \\ 2 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & -4 & 2 & -1 \\ 2 & 7 & -3 & 2 \end{pmatrix} \text{ tenga determinante igual a } -1?$$

- 1) 0    2) 5    3) -3    4) 1    5) -5

## Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ :

$$v_1 = (1 \ 0 \ 1) \quad v_2 = (1 \ 0 \ -3) \quad v_3 = (0 \ -1 \ -3) \quad v_4 = (0 \ 1 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 30

### Ejercicio 1

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{-1 + 7x + 5x^2}{-6 - 5x + 5x^2} \right)^{-4+8x}$

- 1)  $-\infty$
- 2)  $\infty$
- 3)  $\frac{1}{e^3}$
- 4)  $\frac{1}{e^4}$
- 5) 1
- 6) 0
- 7)  $e^{96/5}$

### Ejercicio 2

Una firma de plásticos recibe un encargo para producir 67507 tablas especiales de espuma de plástico para entrenamiento de natación. La firma posee 23 máquinas pero cada una de ellas podrá participar en la fabricación de este tipo de tablas solamente después de una adaptación tras la cual cada máquina adaptada es capaz de fabricar 385 tablas por hora; las máquinas no adaptadas no podrán, por contra, participar en la elaboración de este encargo. El coste de adaptación por máquina es de 119 unidades monetarias. Además estas máquinas adaptadas al estar automatizadas necesitarán únicamente personal para supervisar la producción cuyo salario es de 245 unidades monetarias por hora. Teniendo en cuenta el número de horas que serán necesarias para producir las tablas del encargo, el costo en salarios para esas horas y los costos de adaptación, ¿cuántas de las máquinas que tiene la empresa deben ser adaptadas para realizar el pedido al mínimo coste posible

- 1) 3
- 2) 23
- 3) 26
- 4) 19
- 5) Ninguna de las otras opciones es correcta.

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_4^8 \left( \frac{-5 - 12a + 5t + 4at}{3 - 4t + t^2} \right) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro  $a$ . Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto  $0$ .

- 1) 3.07919
- 2) 3.38919
- 3) 3.10399
- 4) El resto de las soluciones son incorrectas
- 5) 2.69129
- 6) 3.49929

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(0 \ -1 \ -1 \ 0)$ ,  $(2 \ -2 \ 1 \ 0)$ ,  $(1 \ 2 \ -2 \ 0)$ ,  $(-1 \ -4 \ 2 \ -1)$ ,  $(0 \ -2 \ 0 \ -1)$ , son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4
- 5) 5

### Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	16K	5K	28K
Pienso marca 2	54K	17K	95K
Pienso marca 3	13K	4K	23K
Pienso marca 4	40K	13K	70K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
239K	76K	419K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 11.

- 1) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2
- 3) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=5, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 0)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 31

### Ejercicio 1

Cierta institución pública alterna períodos de superávit con otros de endeudamiento. Tenemos los siguientes datos sobre las cuentas de esta institución (en millones de euros):

año	fondos
1	13
4	-14
7	-95

Utilizar un polinomio de interpolación para reconstruir la función que proporciona el balance de cuentas en cada año  $t$ . Sabemos que la legislación obliga a que los fondos de la institución se sitúen entre  $-35$  y  $10$ . Determinar (utilizando la función reconstruida mediante el polinomio de interpolación) durante qué años se cumple la normativa exigida dentro del período en que disponemos de datos (es decir desde  $t=1$  hasta  $t=7$ ).

- 1) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 5]$ .
- 2) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 0]$ .
- 3) Se alcanzarán en el intervalo  $[-3, 0]$ .
- 4) Se alcanzarán en el intervalo  $[2, 5]$ .
- 5) Se cumplirá en los intervalos:  $[-3, 0]$  y  $[2, 7]$ .
- 6) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 7]$ .
- 7) Se alcanzarán en el intervalo  $[5, 7]$ .
- 8) Se cumplirá en los intervalos:  $[-3, 0]$  y  $[2, 5]$ .

### Ejercicio 2

El dueño de una piscifactoría ha determinado que si compra  $x$  peces

(en millares), entonces, al cabo de un mes tendrá  $f(x) = \frac{36x}{1+39x}$  peces.

¿Qué número de peces debe comprar para conseguir que la ganancia,  $f(x) - x$ , sea máxima?

- 1) 2
- 2)  $\frac{5}{9}$
- 3) 7
- 4)  $\frac{14}{13}$
- 5)  $\frac{5}{39}$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-3}^{-2} \left( \frac{144}{(5+4t)^2} \right) dt$

- 1) -15.7653
- 2) -15.8772
- 3) -28.2584
- 4) -316.
- 5) -33.3002
- 6) 6.85714

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(0 \ 1 \ 1 \ 2)$ ,  $(0 \ 1 \ 2 \ -2)$ ,  $(-1 \ 0 \ -4 \ 3)$ ,  $(-2 \ 2 \ -4 \ 2)$ ,  $(-1 \ 1 \ -2 \ 1)$ ,

son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4
- 5) 5

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -1$$

$$x_1 - 4x_2 - 5x_3 - 2x_4 = -3$$

$$-2x_1 + 7x_2 + x_3 + 2x_4 = 4$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -31 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 1 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -1 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = 0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (1 \ 1), (-2 \ -1) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 32

### Ejercicio 1

Cierta institución pública alterna períodos de superávit con otros de endeudamiento. Tenemos los siguientes datos sobre las cuentas de esta institución (en millones de euros):

año	fondos
1	11
4	2
7	11

Utilizar un polinomio de interpolación para reconstruir la función que proporciona el balance de cuentas en cada año  $t$ . Sabemos que la legislación obliga a que los fondos de la institución se sitúen entre 3 y 6. Determinar (utilizando la función reconstruida mediante el polinomio de interpolación) durante qué años se cumple la normativa exigida dentro del período en que disponemos de datos (es decir desde  $t=1$  hasta  $t=7$ ).

- 1) Se alcanzarán en el intervalo  $[2, 7]$ .
- 2) Se alcanzarán en el intervalo  $[2, 5]$ .
- 3) Se cumplirá en los intervalos:  $[2, 3]$  y  $[5, 6]$ .
- 4) Se alcanzarán en el intervalo  $[5, 7]$ .
- 5) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 5]$ .
- 6) Se cumplirá en los intervalos:  $[0, 3]$  y  $[5, 6]$ .
- 7) Se alcanzarán en el intervalo  $[2, 3]$ .
- 8) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 2]$ .

### Ejercicio 2

El dueño de una piscifactoría ha determinado que si compra  $x$  peces

(en millares), entonces, al cabo de un mes tendrá  $f(x) = \frac{49x}{36 + 33x}$  peces.

¿Qué número de peces debe comprar para conseguir que la ganancia,  $f(x) - x$ , sea máxima?

- 1)  $\frac{9}{4}$
- 2)  $\frac{7}{3}$
- 3)  $\frac{2}{11}$
- 4)  $\frac{23}{11}$
- 5)  $\frac{23}{9}$

### Ejercicio 3

Calcular el área encerrada por la función  $f(x) = 3x - 3x^2$  y el eje horizontal entre los puntos  $x=0$  y  $x=3$ .

1)  $\frac{43}{2} = 21.5$

2)  $\frac{29}{2} = 14.5$

3)  $\frac{35}{2} = 17.5$

4) 17

5)  $\frac{33}{2} = 16.5$

6) 16

7)  $\frac{41}{2} = 20.5$

8)  $\frac{39}{2} = 19.5$

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-2 \ -2 \ 1 \ 0 \ -1)$ ,  $(-1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1)$ ,  $(0 \ 1 \ -2 \ -1 \ -2)$ ,  $(2 \ -2 \ -1 \ 1 \ -2)$ ,

son independientes?

- 1) 1    2) 2    3) 3    4) 4

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$-2x_1 - 5x_2 - 3x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 2$$

$$-4x_1 + 2x_3 + x_4 - x_5 = -4$$

$$8x_1 + 3x_2 - x_3 + 10x_4 - 6x_5 = 10$$

$$2x_1 + 2x_2 - 8x_4 + 5x_5 = -4$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 44 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -24 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -90 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 42 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -84 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -19 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} -4 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 26 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -84 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -88 \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = 0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (-2 \ -7), (3 \ 10) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 33

### Ejercicio 1

Disponemos de una cuenta bancaria que inicialmente ofrecen un interés compuesto continuamente del 5%, en la que pasados 2 años se pasa a ofrecer un interés compuesto del 6%. Inicialmente depositamos 7000 euros en la cuenta. ¿Cuál será el capital en cuenta pasados 2 años desde el comienzo de la inversión.

- 1) Tendremos un capital de \*\*\*\*0.\*\*\*\*\* euros.
- 2) Tendremos un capital de \*\*\*\*9.\*\*\*\*\* euros.
- 3) Tendremos un capital de \*\*\*\*5.\*\*\*\*\* euros.
- 4) Tendremos un capital de \*\*\*\*2.\*\*\*\*\* euros.
- 5) Tendremos un capital de \*\*\*\*6.\*\*\*\*\* euros.

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + e^x - x - \frac{x^2}{2}}{x^3}$

- 1)  $\infty$
- 2)  $-\infty$
- 3) -1
- 4) 1
- 5) -2
- 6) 0
- 7)  $\frac{1}{6}$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-1}^2 (2 \cos[2 - 2t]) dt$

- 1) -4.55507
- 2) 0.152495
- 3) 2.5754
- 4) -4.39487
- 5) -4.36186
- 6) -2.97187

### Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ .

1)  $\begin{pmatrix} ? & -4 & -2 & 3 \\ -3 & ? & 1 & -1 \\ -3 & 1 & ? & -1 \\ 3 & -2 & -1 & ? \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} ? & -3 & -2 & -2 \\ -2 & ? & 2 & 2 \\ -1 & 1 & ? & 0 \\ -1 & 2 & 1 & ? \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} ? & 1 & -2 & 2 \\ -2 & ? & 0 & 1 \\ -1 & 0 & ? & -1 \\ -1 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$     4)

$\begin{pmatrix} ? & -3 & 1 & -3 \\ 4 & ? & -2 & 7 \\ -1 & 1 & ? & 0 \\ 1 & 2 & -1 & ? \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} ? & -2 & 3 & 6 \\ 1 & ? & -1 & -1 \\ 1 & -2 & ? & 5 \\ -3 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$     6)  $\begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & 0 \\ 2 & ? & 3 & -1 \\ 2 & 1 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$     7)  $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & -1 \\ 3 & ? & 0 & -2 \\ 1 & 4 & ? & -1 \\ -2 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix}$

### Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro a para que la matriz

$\begin{pmatrix} -6 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & a & -1 & 1 \\ 3 & -2 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  tenga determinante igual a 6?

- 1) -1    2) 1    3) -2    4) 0    5) 5

### Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} -1 & -4 & -4 \\ 4 & 7 & 4 \\ -4 & -4 & -1 \end{pmatrix}$ :

$v_1 = (-1 \ 0 \ 1)$      $v_2 = (-2 \ 1 \ 1)$      $v_3 = (1 \ 0 \ -1)$      $v_4 = (-2 \ 0 \ 2)$ .

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 34

### Ejercicio 1

Cierta firma vende  $Q$  toneladas de un producto. El precio de venta por tonelada de producto viene determinado por la fórmula  $P=2000-8Q$ . A su vez, los costes de producción para cada tonelada están dados por la fórmula  $C=1000+2Q$ . Finalmente el transporte hasta el punto de venta de cada tonelada es de 740. Calcular el máximo beneficio que puede obtenerse por la venta del producto.

- 1) Beneficio = 1690 .
- 2) Beneficio = 979 .
- 3) Beneficio = 819 .
- 4) Beneficio = 674 .
- 5) Beneficio = 1750 .

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - 3x + x^3}{3 - 4x + x^2}$

- 1) 1
- 2) -1
- 3)  $-\frac{2}{3}$
- 4)  $\infty$
- 5) -2
- 6) 0
- 7)  $-\infty$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-2}^0 (2 \cos[2 - 3t]) dt$

- 1) -3.24497
- 2) -4.24051
- 3) 0.0533739
- 4) -0.582
- 5) -1.31914
- 6) -3.37384

## Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & 3 & 2 & 1 \\ -1 & ? & -1 & 0 \\ -1 & -3 & ? & -1 \\ -2 & -4 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -3 & -1 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & -4 & ? & -6 \\ 0 & 2 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -2 & -2 & 1 \\ 7 & ? & 3 & -3 \\ 4 & 1 & ? & -2 \\ 6 & 2 & 3 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & -3 \\ 1 & ? & 0 & 1 \\ 2 & 2 & ? & 2 \\ 1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & -1 \\ 3 & ? & 1 & 1 \\ -3 & -1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ 1 & ? & 1 & -2 \\ -1 & 0 & ? & 1 \\ 1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ 3 & ? & 0 & 1 \\ 5 & 1 & ? & 1 \\ 1 & -1 & 2 & ? \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 2 \\ -1 & a & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ tenga determinante igual a } 3?$$

$$1) -2 \quad 2) 5 \quad 3) -3 \quad 4) 2 \quad 5) 3$$

## Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 27 & 16 & 24 \\ -24 & -13 & -24 \\ -12 & -8 & -9 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (2 \ 0 \ 0) \quad v_2 = (1 \ 0 \ 1) \quad v_3 = (-2 \ 3 \ 0) \quad v_4 = (1 \ -1 \ 0) .$$

Elegir una de las siguientes opciones:

$$1) \text{ Solamente } v_1 \quad 2) \text{ Solamente } v_2 \quad 3) \text{ Solamente } v_3 \quad 4) \text{ Solamente } v_4 \quad 5) \text{ Todos} \quad 6) \text{ Ninguno}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 35

### Ejercicio 1

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + 6x - 4x^2}{8 - 6x + 8x^2}$

- 1)  $\emptyset$
- 2)  $-\frac{1}{2}$
- 3) 1
- 4)  $-\infty$
- 5)  $\infty$
- 6) -1
- 7)  $\frac{3}{8}$

### Ejercicio 2

Una firma de plásticos recibe un encargo para producir 390728 tablas especiales de espuma de plástico para entrenamiento de natación. La firma posee 18 máquinas pero cada una de ellas podrá participar en la fabricación de este tipo de tablas solamente después de una adaptación tras la cual cada máquina adaptada es capaz de fabricar 221 tablas por hora; las máquinas no adaptadas no podrán, por contra, participar en la elaboración de este encargo. El coste de adaptación por máquina es de 1547 unidades monetarias. Además estas máquinas adaptadas al estar automatizadas necesitarán únicamente personal para supervisar la producción cuyo salario es de 56 unidades monetarias por hora. Teniendo en cuenta el número de horas que serán necesarias para producir las tablas del encargo, el costo en salarios para esas horas y los costos de adaptación, ¿cuántas de las máquinas que tiene la empresa deben ser adaptadas para realizar el pedido al mínimo coste posible

- 1) 9
- 2) Ninguna de las otras opciones es correcta.
- 3) 21
- 4) 21
- 5) 18

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_1^3 \left( \frac{2 + 2t - 4at}{t + t^2} \right) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro a. Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto 0.

- 1) -2.61369
- 2) -3.45239
- 3) El resto de las soluciones son incorrectas
- 4) -2.05649
- 5) -2.77259
- 6) -3.77049

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(1 \ 0 \ -2 \ 1)$ ,  $(-2 \ 0 \ -1 \ -2)$ ,  $(-1 \ -2 \ 0 \ -2)$ ,

son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3

### Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	7K	1K	9K
Pienso marca 2	4K	1K	5K
Pienso marca 3	0K	1K	0K
Pienso marca 4	2K	0K	3K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
29K	7K	39K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 11.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=2, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=4, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=2, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 0)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -3)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-4$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 36

### Ejercicio 1

Ciertos terrenos se devalúan desde un valor inicial de 412000 euros hasta un valor final de 162000 euros a lo largo de 7 años. Determinar cuál es el tipo de interés anual compuesto mensualmente de esa devaluación.

Atención: Para obtener resultados correctos es preciso trabajar con al menos 5 decimales de precisión.

- 1) El interés será del \*\*5.\*\*\*\*\* %.
- 2) El interés será del \*\*0.\*\*\*\*\* %.
- 3) El interés será del \*\*6.\*\*\*\*\* %.
- 4) El interés será del \*\*4.\*\*\*\*\* %.
- 5) El interés será del \*\*3.\*\*\*\*\* %.

### Ejercicio 2

Obtener la derivada de la función  $f(t) = \cos(t) + \log(\cos(e^t) + 1)$  y calcular su valor en el punto  $t=0$ .

- 1)  $f'(0) = -3$
- 2)  $f'(0) = -4$
- 3)  $f'(0) = -\frac{\sin[1]}{1 + \cos[1]}$
- 4)  $f'(0) = 1$

### Ejercicio 3

Calcular el área encerrada por la función  $f(x) = 2 + x - x^2$  y el eje horizontal entre los puntos  $x = -5$  y  $x = 3$ .

- 1) 39
- 2)  $\frac{155}{3} = 51.6667$
- 3)  $\frac{331}{6} = 55.1667$
- 4)  $\frac{325}{6} = 54.1667$
- 5) 48
- 6)  $\frac{128}{3} = 42.6667$
- 7)  $\frac{161}{3} = 53.6667$
- 8)  $\frac{164}{3} = 54.6667$

## Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 & -4 \\ -3 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & -5 & -8 & -2 \\ -1 & ? & 5 & 1 \\ -4 & 9 & ? & 3 \\ 0 & 1 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & 1 & 0 & 4 \\ 4 & ? & 1 & 15 \\ 1 & 1 & ? & 3 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 1 & ? & 1 & 0 \\ -2 & 1 & ? & 0 \\ -3 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ -1 & ? & 0 & 1 \\ 3 & -1 & ? & -1 \\ -1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ -2 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 2 \\ -1 & ? & -3 & 7 \\ -1 & 4 & ? & -8 \\ 0 & 7 & 4 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 3 \\ 0 & ? & 0 & -2 \\ -1 & 4 & ? & -4 \\ -2 & 3 & 1 & ? \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	1K	1K	1K	1K
harinas vegetales	2K	4K	1K	3K
harinas de pescado	5K	6K	5K	6K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
12K	28K	65K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por diferentes cuestiones, deseamos que el número de sacos del pienso 3 sea igual a 5.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=4, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 3) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=3, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=3, Pienso 4=?

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ -4 & 2 & -3 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -1 \ 2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 0 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 0 \ 1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -2 \ -3)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -2 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 37

### Ejercicio 1

Se realiza un estudio para analizar la población de cierto tipo de roedores en una comarca entre los años  $t=3$  y  $t=7$ . En ese período la población viene dada por la función  $P(t) = 5 + 240t - 54t^2 + 4t^3$  (en miles de roedores). Determinar durante qué años el número de miles de roedores se sitúa entre 301 y 347.

- 1) Durante el intervalo de años:  $[4.51076, 6.31539]$ .
- 2) Durante los intervalos de años:  $[3., 5.05268]$  y  $[6., 7.47192]$ .
- 3) Durante los intervalos de años:  $[3., 4.06638]$  y  $[5.11791, 7.]$ .
- 4) Durante los intervalos de años:  $[3.4011, 4.]$  y  $[5., 7.49475]$ .
- 5) Durante los intervalos de años:  $[4., 5.]$  y  $[6.54638, 7.]$ .
- 6) Durante el intervalo de años:  $[3, 3]$ .
- 7) En ningún intervalo de años se alcanza ese número de roedores.
- 8) Durante el intervalo de años:  $[3, 7]$ .

### Ejercicio 2

El rendimiento de una determinada plantación de árboles viene dado por  $f(x) = \frac{-8 + 23x + 12x^2}{38x^2}$ , donde  $x$  es la distancia en metros entre los distintos árboles.

¿A qué distancia se deben plantar unos árboles de otros para conseguir una mayor producción?

- 1)  $\frac{22}{19}$
- 2)  $\frac{26}{17}$
- 3)  $\frac{14}{17}$
- 4)  $\frac{31}{14}$
- 5)  $\frac{16}{23}$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_3^4 \left( \frac{2 - 4a + t + 4at}{-2 + t + t^2} \right) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro  $a$ . Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto  $\theta$ .

- 1) El resto de las soluciones son incorrectas
- 2) 0.500186
- 3) 0.299286
- 4) 1.34369
- 5) 1.24939
- 6) 1.50049

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ 0 \ -1 \ -2)$ ,  $(\theta \ -1 \ -1 \ 2)$ ,  $(2 \ 2 \ 2 \ -2)$ ,

son independientes?

- 1) 1    2) 2    3) 3

### Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	11K	1K	5K
Pienso marca 2	9K	2K	4K
Pienso marca 3	1K	3K	0K
Pienso marca 4	11K	2K	5K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
44K	4K	20K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por diferentes cuestiones, deseamos que el número de sacos del pienso 3 sea igual a  $\theta$ .

- 1) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=2, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=3, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 2 & 9 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -3$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = 4$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -5$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -1$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -1$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 38

### Ejercicio 1

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{5 + 9x + 8x^2}{5 - 2x + 8x^2} \right)^{5+x}$

- 1)  $\frac{1}{e^4}$
- 2)  $\frac{1}{e^2}$
- 3)  $\infty$
- 4)  $-\infty$
- 5)  $e^{11/8}$
- 6)  $0$
- 7)  $1$

### Ejercicio 2

Una firma de plásticos recibe un encargo para producir 4114 tablas especiales de espuma de plástico para entrenamiento de natación. La firma posee 10 máquinas pero cada una de ellas podrá participar en la fabricación de este tipo de tablas solamente después de una adaptación tras la cual cada máquina adaptada es capaz de fabricar 187 tablas por hora; las máquinas no adaptadas no podrán, por contra, participar en la elaboración de este encargo. El coste de adaptación por máquina es de 42 unidades monetarias. Además estas máquinas adaptadas al estar automatizadas necesitarán únicamente personal para supervisar la producción cuyo salario es de 231 unidades monetarias por hora. Teniendo en cuenta el número de horas que serán necesarias para producir las tablas del encargo, el costo en salarios para esas horas y los costos de adaptación, ¿cuántas de las máquinas que tiene la empresa deben ser adaptadas para realizar el pedido al mínimo coste posible

- 1) Ninguna de las otras opciones es correcta.
- 2) 11
- 3) 11
- 4) 10
- 5) 3

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_4^6 \left( \frac{-5 + 8a + 5t + 4at}{-2 + t + t^2} \right) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro  $a$ . Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto  $0$ .

- 1) 1.6528
- 2) 1.3664
- 3) 1.4937
- 4) El resto de las soluciones son incorrectas
- 5) 2.0433
- 6) 1.2624

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(0 \ 1 \ -1 \ 0)$ ,  $(-2 \ 1 \ 0 \ -2)$ ,  $(2 \ 2 \ -1 \ -2)$ ,  $(1 \ 0 \ 1 \ -1)$ ,

son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

### Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	6K	2K	7K	6K
harinas vegetales	5K	1K	5K	4K
harinas de pescado	2K	1K	3K	3K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
59K	42K	25K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 12.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=2, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=3, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ -12 & 2 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 3)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 0)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 4)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ -3)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 39

### Ejercicio 1

Estudiar la continuidad de la función  $f(x) = \begin{cases} -2e^{x+1} - 2\sin(x+1) & x \leq -1 \\ \frac{4x}{3} - \frac{2}{3} & -1 < x < 2 \\ 2e^{x-2} + \sin(2-x) & 2 \leq x \end{cases}$

- 1) Es continua en todos los puntos.
- 2) No es continua en ningún punto.
- 3) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = -1$ .
- 4) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = 2$ .
- 5) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = -1$  y  $x = 2$ .

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + e^{x^3} - x^3}{x^5}$

- 1)  $\frac{2}{3}$
- 2)  $\infty$
- 3)  $-\frac{2}{3}$
- 4) 1
- 5)  $-\infty$
- 6) 0
- 7) -2

### Ejercicio 3

El valor de cierto paquete de acciones oscila a lo largo del año. La siguiente función proporciona el valor de la acción en cada mes  $t$ :

$$V(t) = (5 + 5t)(\cos(2\pi t) + 1) \quad \text{euros.}$$

Calcular el valor medio que tendrá la acción a lo largo de los 3 primeros meses del año (entre  $t=0$  y  $t=3$ ).

$$1) \frac{20}{3} \text{ euros} = 6.6667 \text{ euros}$$

$$2) \frac{5}{2} \text{ euros} = 2.5 \text{ euros}$$

$$3) -\frac{5}{6} \text{ euros} = -0.8333 \text{ euros}$$

$$4) \frac{25}{2} \text{ euros} = 12.5 \text{ euros}$$

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(-2 \ 2 \ 0 \ 0)$  es combinación lineal de la uplas  $(2 \ -2 \ 0 \ 0)$ ,  $(1 \ -1 \ 0 \ 0)$ ,

- 1) Si      2) No

### Ejercicio 5

Calcular la matriz  $X$  despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \left( X + \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 4 \\ 3 & 4 & -3 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} * & -1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} * & * & 0 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & * & * \\ 0 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & * & * \\ 2 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & * & * \\ * & 1 & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

### Ejercicio 6

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 24 - 6\alpha & -16 + 4\alpha \\ 36 - 9\alpha & -24 + 6\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha = -4$       2)  $\alpha = -1$       3)  $\alpha = 1$       4)  $\alpha = 4$       5)  $\alpha = 2$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 40

### Ejercicio 1

Cierta firma vende  $Q$  toneladas de un producto. El precio de venta por tonelada de producto viene determinado por la fórmula  $P=100000-8Q$ . A su vez, los costes de producción para cada tonelada están dados por la fórmula  $C=70000+10Q$ . Finalmente el transporte hasta el punto de venta de cada tonelada es de 28488. Calcular el máximo beneficio que puede obtenerse por la venta del producto.

- 1) Beneficio = 31752 .
- 2) Beneficio = 27319 .
- 3) Beneficio = 17967 .
- 4) Beneficio = 31174 .
- 5) Beneficio = 50933 .

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - 3x + x^3}{3 - 4x + x^2}$

- 1)  $\emptyset$
- 2)  $-\frac{2}{3}$
- 3)  $\infty$
- 4) 1
- 5) -1
- 6)  $-\infty$
- 7)  $-\frac{1}{2}$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-2}^2 (2 \cos[2 - 3t]) dt$

- 1) -3.19657
- 2) -2.32821
- 3) -4.62536
- 4) -4.82847
- 5) -4.68101
- 6) 0.155037

## Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 2 & 0 \\ -3 & -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & -3 & -2 & -1 \\ 2 & ? & -3 & -1 \\ 3 & -7 & ? & -1 \\ -1 & 3 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & 3 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 1 & ? & -1 \\ -1 & 2 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -2 & 2 & -2 \\ 1 & ? & 1 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & -1 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & -10 & 3 \\ 0 & ? & 6 & -2 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & 2 \\ 1 & ? & 0 & 2 \\ -3 & 3 & ? & 0 \\ 3 & -2 & -4 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 1 & -2 & ? & 0 \\ 2 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 1 & 2 \\ a & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ tenga determinante igual a } 0?$$

- 1) 2    2) -2    3) -5    4) 4    5) 0

## Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} 11 & -3 & 3 \\ 9 & -1 & 3 \\ -27 & 9 & -7 \end{pmatrix}$ :

$$v_1 = (1 \ 1 \ -2) \quad v_2 = (1 \ 3 \ 0) \quad v_3 = (-1 \ -1 \ 2) \quad v_4 = (-1 \ 0 \ 3).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 41

### Ejercicio 1

La población de cierta región turística crece de forma exponencial según la función  $P(t) = 59000 e^{t/100}$

que indica el número de ciudadanos residentes en cada año  $t$ . Al mismo tiempo, dependiendo de cada estación la ciudad recibe también un número variable de turistas que está

determinado por la función trigonométrica  $I(t) = 2000 + 1000 \sin\left[\frac{t}{2\pi}\right]$

que proporciona la cantidad de visitantes inmigrantes en cada momento  $t$  ( $t$  en años).

Determinar cuántos años deben transcurrir hasta que se alcancen los 96000 habitantes (la solución la podemos encontrar para  $t$  entre 43 y 48).

- 1)  $t = **.\mathbf{0}****$
- 2)  $t = **.\mathbf{2}****$
- 3)  $t = **.\mathbf{4}****$
- 4)  $t = **.\mathbf{6}****$
- 5)  $t = **.\mathbf{8}****$

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + \cos[x^3]}{x^4}$

- 1)  $\infty$
- 2)  $\mathbf{0}$
- 3)  $-1$
- 4)  $-\frac{2}{3}$
- 5)  $\mathbf{1}$
- 6)  $-2$
- 7)  $-\infty$

### Ejercicio 3

El saldo en la cuenta de cierto gran fondo de inversión varía de una año a otro estando la velocidad de variación determinada por la función

$$v(t) = (2 + 2t + 4t^2) \log(t) \text{ millones de euros/año.}$$

Si en el año  $t=1$  el capital del fondo de inversión era de 20 millones de euros, calcular los fondos disponibles pasados (con respecto a  $t=1$ ) 4 años.

- 1)  $\frac{44}{9} + \frac{605 \text{ Log}[5]}{3}$  millones de euros = 329.4589 millones de euros
- 2)  $-\frac{43}{2} + \frac{328 \text{ Log}[4]}{3}$  millones de euros = 130.0682 millones de euros
- 3)  $-\frac{496}{9} + \frac{605 \text{ Log}[5]}{3}$  millones de euros = 269.4589 millones de euros
- 4)  $-\frac{1855}{18} + 336 \text{ Log}[6]$  millones de euros = 498.9756 millones de euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(-1 \ -1 \ -2 \ 5)$  es combinación lineal de la uplas  $(-2 \ 2 \ 2 \ 2)$ ,  $(-4 \ 4 \ 4 \ 4)$ ,

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

Determinar los valores del parámetro,  $m$ , para los que el sistema lineal

$$(4 + m)x + 2y - z = -4 - m$$

$$4x + 2y - z = -4$$

$$-2x - y + z = 1$$

tiene solución única.

- 1) Tenemos solución única para  $m \leq -3$ .
- 2) Tenemos solución única para  $m \neq 2$ .
- 3) Tenemos solución única para  $m \neq 3$ .
- 4) Tenemos solución única para  $m \geq -2$ .
- 5) Tenemos solución única para  $m \leq 3$ .

## Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 3 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 39.176 % en el primer curso y 60.824 % en el segundo curso.
- 2) 0 % en el primer curso y 100. % en el segundo curso.
- 3) 11.726 % en el primer curso y 88.274 % en el segundo curso.
- 4) 5.343 % en el primer curso y 94.657 % en el segundo curso.
- 5) 12.338 % en el primer curso y 87.662 % en el segundo curso.
- 6) 19.321 % en el primer curso y 80.679 % en el segundo curso.
- 7) 8.872 % en el primer curso y 91.128 % en el segundo curso.
- 8) 3.404 % en el primer curso y 96.596 % en el segundo curso.

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 42

### Ejercicio 1

Disponemos de una cuenta bancaria que inicialmente ofrecen un interés compuesto continuamente del 9%, en la que pasados 3 años se pasa a ofrecer un interés compuesto del 2%. Inicialmente depositamos 7000 euros en la cuenta. ¿Cuál será el capital en cuenta pasados 7 años desde el comienzo de la inversión.

- 1) Tendremos un capital de \*\*\*\*3.\*\*\*\*\* euros.
- 2) Tendremos un capital de \*\*\*\*6.\*\*\*\*\* euros.
- 3) Tendremos un capital de \*\*\*\*1.\*\*\*\*\* euros.
- 4) Tendremos un capital de \*\*\*\*4.\*\*\*\*\* euros.
- 5) Tendremos un capital de \*\*\*\*5.\*\*\*\*\* euros.

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x + \frac{x^3}{6} + \sin[x]}{x^4}$

- 1)  $-\infty$
- 2)  $\infty$
- 3)  $-\frac{1}{3}$
- 4) 1
- 5) -1
- 6) 0
- 7)  $\frac{1}{2}$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_1^2 (-2 \cos[1 - 2t]) dt$

- 1) -4.24648
- 2) 5.04057
- 3) -3.86761
- 4) 0.700351
- 5) -4.04304
- 6) 0.559231

## Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -2 \\ -6 & 2 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

$$\begin{array}{l}
 1) \begin{pmatrix} ? & -5 & 2 & 1 \\ 2 & ? & -1 & -1 \\ -2 & -2 & ? & 1 \\ -2 & -3 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -3 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 1 & 2 \\ 0 & 2 & ? & 2 \\ 0 & 2 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & 1 \\ -1 & ? & -1 & -4 \\ 3 & -1 & ? & 3 \\ 2 & -1 & -2 & ? \end{pmatrix} \quad 4) \\
 5) \begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & -1 \\ -3 & ? & 3 & -3 \\ 3 & 5 & ? & 4 \\ -2 & -4 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -2 \\ 1 & ? & 1 & -1 \\ 1 & -1 & ? & -1 \\ -3 & 3 & -3 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ -1 & ? & 2 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 2 \\ -3 & ? & 0 & -1 \\ -1 & 1 & ? & 1 \\ 1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}
 \end{array}$$

## Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & a & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

tenga determinante igual a  $-2$ ?

- 1) 5    2) -3    3) 2    4) -4    5) 1

## Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} 3 & -6 & -6 \\ 8 & -11 & -8 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ :

$$v_1 = (1 \ 2 \ 0) \quad v_2 = (0 \ 3 \ 0) \quad v_3 = (-1 \ 0 \ -1) \quad v_4 = (-2 \ 0 \ 0)$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 43

### Ejercicio 1

Estudiar la continuidad de la función  $f(x) = \begin{cases} -2e^{x+1} & x \leq -1 \\ -2 & -1 < x < 1 \\ -2 \sin(1-x) & 1 \leq x \end{cases}$

- 1) Es continua en todos los puntos.
- 2) No es continua en ningún punto.
- 3) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = -1$ .
- 4) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = 1$ .
- 5) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = -1$  y  $x = 1$ .

### Ejercicio 2

El rendimiento de una determinada plantación de árboles viene dado por  $f(x) = \frac{-8 + 2x + 48x^2}{27x^5}$ , donde  $x$  es la distancia en metros entre los distintos árboles.

¿A qué distancia se deben plantar unos árboles de otros para conseguir una mayor producción?

- 1) 21
- 2) 8
- 3)  $\frac{25}{12}$
- 4)  $\frac{29}{10}$
- 5)  $\frac{1}{2}$

### Ejercicio 3

El valor de cierto paquete de acciones oscila a lo largo del año. La siguiente función proporciona el valor de la acción en cada mes  $t$ :

$$V(t) = (7 - t) \cos(7t) \text{ euros.}$$

Calcular el valor medio que tendrá la acción a lo largo de los  $\pi$  primeros meses del año (entre  $t=0$  y  $t=\pi$ ).

1)  $-20 + \frac{2}{49\pi}$  euros = -19.987 euros

2)  $-30 + \frac{2}{49\pi}$  euros = -29.987 euros

3) 0 euros

4)  $\frac{2}{49\pi}$  euros = 0.013 euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(-4 \ -8 \ 4 \ -8)$  es combinación lineal de la uplas  $(2 \ 4 \ -2 \ 4)$ ,  $(1 \ 2 \ -1 \ 2)$ ,

- 1) Si      2) No

### Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & a & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ tenga determinante igual a } -3?$$

- 1) 0    2) -3    3) 4    4) 5    5) -4

### Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ :

$$v_1 = (0 \ 1 \ -2) \quad v_2 = (1 \ 1 \ -1) \quad v_3 = (0 \ -1 \ -2) \quad v_4 = (-1 \ 0 \ 1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 44

### Ejercicio 1

La población de cierta region turística crece de forma exponencial según la función  $P(t) = 61000 e^{t/50}$  que indica el número de ciudadanos residentes en cada año  $t$ . Al mismo tiempo, dependiendo de cada estación la ciudad recibe también un número variable de turistas que está determinado por la función trigonométrica  $I(t) = 2000 + 1000 \sin\left[\frac{t}{2\pi}\right]$  que proporciona la cantidad de visitantes inmigrantes en cada momento  $t$  ( $t$  en años). Determinar cuántos años deben transcurrir hasta que se alcancen los 108000 habitantes (la solución la podemos encontrar para  $t$  entre 25 y 30).

- 1)  $t = ** .0****$
- 2)  $t = ** .2****$
- 3)  $t = ** .4****$
- 4)  $t = ** .6****$
- 5)  $t = ** .8****$

### Ejercicio 2

Una firma de plásticos recibe un encargo para producir 8151 tablas especiales de espuma de plástico para entrenamiento de natación. La firma posee 24 máquinas pero cada una de ellas podrá participar en la fabricación de este tipo de tablas solamente después de una adaptación tras la cual cada máquina adaptada es capaz de fabricar 17 tablas por hora; las máquinas no adaptadas no podrán, por contra, participar en la elaboración de este encargo. El coste de adaptación por máquina es de 3003 unidades monetarias. Además estas máquinas adaptadas al estar automatizadas necesitarán únicamente personal para supervisar la producción cuyo salario es de 2261 unidades monetarias por hora. Teniendo en cuenta el número de horas que serán necesarias para producir las tablas del encargo, el costo en salarios para esas horas y los costos de adaptación, ¿cuántas de las máquinas que tiene la empresa deben ser adaptadas para realizar el pedido al mínimo coste posible

- 1) 25
- 2) Ninguna de las otras opciones es correcta.
- 3) 24
- 4) 22
- 5) 3

### Ejercicio 3

El saldo en la cuenta de cierto gran fondo de inversión varía de una año a otro estando la velocidad de variación determinada por la función

$$v(t) = (1 + 3t + 2t^2) \log(3t) \text{ millones de euros/año.}$$

Si en el año  $t=1$  el capital del fondo de inversión era de 90 millones de euros, calcular los fondos disponibles pasados (con respecto a  $t=1$ ) 4 años.

- 1)  $\frac{395}{36} - \frac{19 \log[3]}{6} + 204 \log[18]$  millones de euros = 597.1291 millones de euros
- 2)  $\frac{364}{9} - \frac{19 \log[3]}{6} + \frac{755 \log[15]}{6}$  millones de euros = 377.7285 millones de euros
- 3)  $\frac{274}{9} - \frac{19 \log[3]}{6} + \frac{755 \log[15]}{6}$  millones de euros = 367.7285 millones de euros
- 4)  $\frac{247}{4} - \frac{19 \log[3]}{6} + \frac{212 \log[12]}{3}$  millones de euros = 233.8711 millones de euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(1 \ 8 \ 0 \ -5)$  es combinación lineal de la uplas

$$(2 \ 2 \ 0 \ -1), (0 \ -1 \ -1 \ -1), (-2 \ -3 \ -1 \ 0),$$

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

Determinar los valores del parámetro,  $m$ , para los que el sistema lineal

$$x + y - z = 1$$

$$y + z = -1$$

$$-2x + (-2 - m)y + 3z = -3$$

tiene solución única.

- 1) Tenemos solución única para  $m \neq 0$ .
- 2) Tenemos solución única para  $m \neq -4$ .
- 3) Tenemos solución única para  $m \leq 2$ .
- 4) Tenemos solución única para  $m \neq -1$ .
- 5) Tenemos solución única para  $m \leq 2$ .

## Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 8 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 2.427 % en el primer curso y 97.573 % en el segundo curso.
- 2) 4.562 % en el primer curso y 95.438 % en el segundo curso.
- 3) 39.4885 % en el primer curso y 60.5115 % en el segundo curso.
- 4) 22.715 % en el primer curso y 77.285 % en el segundo curso.
- 5) 26.566 % en el primer curso y 73.434 % en el segundo curso.
- 6) 3.599 % en el primer curso y 96.401 % en el segundo curso.
- 7) 19.304 % en el primer curso y 80.696 % en el segundo curso.
- 8) 15.594 % en el primer curso y 84.406 % en el segundo curso.

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 45

### Ejercicio 1

Se realiza un estudio para analizar la población de cierto tipo de roedores en una comarca entre los años  $t=3$  y  $t=8$ . En ese período la población viene dada por la función  $P(t) = 336t - 66t^2 + 4t^3$  (en miles de roedores). Determinar durante qué años el número de miles de roedores se sitúa entre 504 y 530.

- 1) Durante los intervalos de años:  $[4, 5]$  y  $[6.05208, 8]$ .
- 2) Durante el intervalo de años:  $[6, 7]$ .
- 3) Durante los intervalos de años:  $[3, 3.18826]$ ,  $[5, 6]$  y  $[7.81174, 8]$ .
- 4) Durante los intervalos de años:  $[3.47057, 5]$  y  $[6, 7]$ .
- 5) Durante el intervalo de años:  $[3, 5]$ .
- 6) Durante los intervalos de años:  $[3, 3]$ ,  $[3.18826, 5]$ ,  $[6, 7.81174]$  y  $[8, 8]$ .
- 7) Durante los intervalos de años:  $[3.62122, 5]$  y  $[6, 8]$ .
- 8) Durante el intervalo de años:  $[6, 7]$ .

### Ejercicio 2

El rendimiento de una determinada plantación de árboles viene dado por  $f(x) = \frac{-14 + 31x + 3x^2}{17x^2}$ , donde  $x$  es la distancia en metros entre los distintos árboles.

¿A qué distancia se deben plantar unos árboles de otros para conseguir una mayor producción?

- 1)  $\frac{28}{31}$
- 2)  $\frac{33}{13}$
- 3)  $\frac{1}{2}$
- 4)  $\frac{2}{5}$
- 5)  $\frac{3}{11}$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_4^7 \left( \frac{12 - 4t - 4at}{-3t + t^2} \right) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro a. Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto 0.

- 1) -4.70548
- 2) -6.37698
- 3) -5.54518
- 4) -5.12498
- 5) -4.65238
- 6) El resto de las soluciones son incorrectas

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-2 \ -2 \ 4 \ -2)$ ,  $(-1 \ 0 \ 0 \ 2)$ ,  $(-1 \ 2 \ -1 \ -2)$ ,  $(-1 \ -1 \ 2 \ -1)$ ,  $(-2 \ -1 \ 2 \ 1)$ ,  
son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4
- 5) 5

### Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	3K	3K	3K
Pienso marca 2	3K	2K	2K
Pienso marca 3	1K	1K	1K
Pienso marca 4	1K	1K	2K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
18K	14K	16K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 10.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=2, Pienso 4=?

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 9 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = 1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -5$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -4$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -2$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 46

### Ejercicio 1

Cierta firma vende  $Q$  toneladas de un producto. El precio de venta por tonelada de producto viene determinado por la fórmula  $P=1300-9Q$ . A su vez, los costes de producción para cada tonelada están dados por la fórmula  $C=1100-7Q$ . Finalmente el transporte hasta el punto de venta de cada tonelada es de 128. Calcular el máximo beneficio que puede obtenerse por la venta del producto.

- 1) Beneficio = 873 .
- 2) Beneficio = 643 .
- 3) Beneficio = 1054 .
- 4) Beneficio = 331 .
- 5) Beneficio = 648 .

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x + 3x^2 - 3x^3 + x^4}{-3 + 7x - 5x^2 + x^3}$

- 1)  $-\frac{2}{3}$
- 2) -2
- 3) -1
- 4)  $\infty$
- 5) 0
- 6) 1
- 7)  $-\infty$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_1^3 ((2 - 2t) \cos[2 - 2t]) dt$

- 1) 0.960931
- 2) -7.45096
- 3) 1.1352
- 4) -10.4807
- 5) 2.34043
- 6) -6.90292

## Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & -7 & -8 & 3 \\ 0 & ? & -2 & 1 \\ 1 & -11 & ? & 5 \\ 0 & -1 & -3 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -2 & -4 & 1 \\ 1 & ? & 4 & -2 \\ 2 & 2 & ? & -1 \\ 0 & -3 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -2 \\ -1 & ? & -1 & 2 \\ 1 & -1 & ? & -2 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ -1 & 3 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & 0 \\ 4 & ? & -1 & 1 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 1 & ? & 1 & 0 \\ -1 & 2 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 1 \\ -3 & ? & 3 & 6 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ -1 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 1 \\ a & 1 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ tenga determinante igual a } -7?$$

$$1) -4 \quad 2) 1 \quad 3) -2 \quad 4) -1 \quad 5) -3$$

## Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} 5 & -8 & 4 \\ 4 & -7 & 4 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$ :

$$v_1 = (2 \ 0 \ 1) \quad v_2 = (0 \ 3 \ 0) \quad v_3 = (2 \ 1 \ -1) \quad v_4 = (2 \ -1 \ -1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

$$1) \text{ Solamente } v_1 \quad 2) \text{ Solamente } v_2 \quad 3) \text{ Solamente } v_3 \quad 4) \text{ Solamente } v_4 \quad 5) \text{ Todos} \quad 6) \text{ Ninguno}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 47

### Ejercicio 1

Disponemos de una cuenta bancaria en la que nos ofrecen un interés compuesto del 2% y en la que inicialmente depositamos 8000 euros. ¿Cuánto tiempo ha de pasar hasta que el capital en la cuenta alcance los 12000 euros?

Atención: Para obtener resultados correctos es preciso trabajar con al menos 5 decimales de precisión.

- 1) Tendrán que transcurrir \*\*8.\*\*\*\*\* años.
- 2) Tendrán que transcurrir \*\*5.\*\*\*\*\* años.
- 3) Tendrán que transcurrir \*\*2.\*\*\*\*\* años.
- 4) Tendrán que transcurrir \*\*0.\*\*\*\*\* años.
- 5) Tendrán que transcurrir \*\*7.\*\*\*\*\* años.

### Ejercicio 2

Obtener la derivada de la función  $f(t) = t - e^t \sin(\sin(t))$  y calcular su valor en el punto  $t=0$ .

- 1)  $f'(0) = 1$
- 2)  $f'(0) = -2$
- 3)  $f'(0) = 3$
- 4)  $f'(0) = 0$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-a}^2 (8 - 4a - 8t + 12at + 18t^2 - 9at^2 - 12t^3) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro  $a$ . Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto  $0$ .

- 1) El resto de las soluciones son incorrectas
- 2)  $-3$
- 3)  $-2$
- 4)  $-7$
- 5)  $17$
- 6)  $0$

## Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & -3 & 1 \\ -4 & -5 & 4 & -1 \\ 9 & 11 & -8 & 3 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & -4 & -1 & 1 \\ 1 & ? & 1 & -1 \\ 1 & 1 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & 1 \\ 1 & ? & -1 & -1 \\ -2 & -3 & ? & 0 \\ 1 & -1 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 1 \\ 0 & 1 & ? & -1 \\ 1 & 3 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ -2 & -1 & ? & 1 \\ -2 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -2 \\ 1 & ? & 0 & -2 \\ 0 & -1 & ? & -3 \\ -1 & -2 & 3 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ -1 & ? & -1 & 3 \\ 0 & -1 & ? & -1 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 1 & ? & -2 & -2 \\ 1 & 1 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 5

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \left( X - \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & 1 \\ * & * \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 6

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -2 - 4\alpha & 16 + 16\alpha \\ -1 - \alpha & 6 + 4\alpha \end{pmatrix}$ ?

$$1) \alpha = -3 \quad 2) \alpha = 2 \quad 3) \alpha = -1 \quad 4) \alpha = 4 \quad 5) \alpha = 3$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 48

### Ejercicio 1

A partir de un capital inicial de 5000, el interés en cierta cuenta varía de un año a otro de modo que el capital viene dado por la función  $C(t) =$

$$5000 \left( \frac{-4 + 9t + 5t^2}{-6 + 6t + 5t^2} \right)^{4+4t}. \text{ Determinar la tendencia de futuro calculando el}$$

capital que podemos esperar en la cuenta pasado un gran número de años.

- 1)  $\frac{5000}{e^2}$
- 2)  $5000 e^{12/5}$
- 3) 5000
- 4) 0
- 5)  $\infty$
- 6)  $-\infty$
- 7)  $\frac{5000}{e^4}$

### Ejercicio 2

$$\text{Estudiar la derivabilidad de la función } f(x) = \begin{cases} -6 \sin^2\left(\frac{x+1}{2}\right) & x \leq -1 \\ 3x - 3(x+2) \log(x+2) + 3 & -1 < x < 1 \\ -e^{x-1} - 3 \cos(1-x) + 10 - 9 \log(3) & 1 \leq x \end{cases}$$

- 1) Es derivable en todos los puntos.
- 2) No es derivable en ningún punto.
- 3) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = -1$ .
- 4) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = 1$ .
- 5) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = -1$  y  $x = 1$ .

### Ejercicio 3

El valor de cierto paquete de acciones oscila a lo largo del año. La siguiente función proporciona el valor de la acción en cada mes  $t$ :

$$V(t) = (5 + 7t)e^{3+2t} \text{ euros.}$$

Calcular el valor medio que tendrá la acción a lo largo de los 8 primeros meses del año (entre  $t=0$  y  $t=8$ ).

$$1) \frac{1}{8} \left( -\frac{3e^3}{4} + \frac{115e^{19}}{4} \right) \text{ euros} = 6.4142 \times 10^8 \text{ euros}$$

$$2) \frac{1}{8} \left( -\frac{3e^3}{4} + \frac{31e^7}{4} \right) \text{ euros} = 1060.4804 \text{ euros}$$

$$3) \frac{1}{8} \left( -\frac{3e^3}{4} + \frac{17e^5}{4} \right) \text{ euros} = 76.9615 \text{ euros}$$

$$4) \frac{1}{8} \left( -\frac{11e}{4} - \frac{3e^3}{4} \right) \text{ euros} = -2.8174 \text{ euros}$$

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(-9 \ 4 \ -2 \ -1)$  es combinación lineal de la uplas

$(-1 \ 0 \ 0 \ 1)$ ,  $(-3 \ -2 \ 1 \ -1)$ ,  $(-2 \ 4 \ 4 \ -2)$ ,  
 $(-2 \ -2 \ 1 \ -2)$ ,  $(-1 \ 2 \ 2 \ -1)$ ,  $(-3 \ 0 \ 3 \ -3)$ ,

1) Si      2) No

### Ejercicio 5

Calcular la matriz  $X$  despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -1 & -5 & 4 \\ 1 & 4 & -3 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 13 & -10 \\ -3 & -9 & 8 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} * & 1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} * & * & -2 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & * & 1 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & * & * \\ -1 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & * & * \\ 1 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

### Ejercicio 6

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -38 + 40\alpha & -25 + 25\alpha \\ 64 - 64\alpha & 42 - 40\alpha \end{pmatrix}$ ?

1)  $\alpha=1$       2)  $\alpha=2$       3)  $\alpha=-4$       4)  $\alpha=-1$       5)  $\alpha=4$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 49

### Ejercicio 1

Se realiza un estudio para analizar la población de cierto tipo de roedores en una comarca entre los años  $t=3$  y  $t=8$ . En ese período la población viene dada por la función  $P(t) = 360t - 66t^2 + 4t^3$  (en miles de roedores). Determinar durante qué años el número de miles de roedores se sitúa entre 488 y 704.

- 1) Durante el intervalo de años:  $[3, 8]$ .
- 2) Durante el intervalo de años:  $[4., 7.43995]$ .
- 3) Durante los intervalos de años:  $[3, 3]$  y  $[8, 8]$ .
- 4) Durante los intervalos de años:  $[4., 5.]$  y  $[6.4905, 7.05468]$ .
- 5) Durante el intervalo de años:  $[3., 8.]$ .
- 6) Durante el intervalo de años:  $[4.64895, 6.]$ .
- 7) Durante el intervalo de años:  $[3.17769, 8.]$ .
- 8) Durante el intervalo de años:  $[6.50156, 8.23703]$ .

### Ejercicio 2

El rendimiento de una determinada plantación de árboles viene dado por  $f(x) = \frac{-48 + 6x + 17x^2}{44x^2}$ , donde  $x$  es la distancia en metros entre los distintos árboles.

¿A qué distancia se deben plantar unos árboles de otros para conseguir una mayor producción?

- 1)  $\frac{3}{4}$
- 2) 12
- 3) 16
- 4)  $\frac{14}{11}$
- 5)  $\frac{10}{9}$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_0^1 \left( \frac{3 - 8a + 3t - 4at}{2 + 3t + t^2} \right) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro  $a$ . Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto  $0$ .

- 1) -2.49699
- 2) -2.50299
- 3) -3.03269
- 4) -3.26689
- 5) -2.30329
- 6) El resto de las soluciones son incorrectas

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(1 \ -1 \ 2 \ -2)$ ,  $(0 \ -2 \ 2 \ -1)$ ,  $(2 \ 1 \ 1 \ -2)$ ,

son independientes?

- 1) 1    2) 2    3) 3

### Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	3K	4K	4K	4K
harinas vegetales	2K	3K	2K	3K
harinas de pescado	2K	3K	4K	4K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
67K	44K	58K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 18.

- 1) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=2, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=5, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -1$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -4$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = 1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -2$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 50

### Ejercicio 1

Se realiza un estudio para analizar la población de cierta ciudad entre los años  $t=4$  y  $t=10$ .

En ese período la población viene dada por la función  $P(t) = 648t - 90t^2 + 4t^3$

. Determinar durante qué años el número de habitantes se sitúa entre 1472 y 1498.

- 1) Durante los intervalos de años:  $[4.68826, 5.18826]$ ,  $[7, 8]$  y  $[9.81174, 10]$ .
- 2) Durante los intervalos de años:  $[4, 4.68826]$ ,  $[5.18826, 7]$ ,  $[8, 9.81174]$  y  $[10, 10]$ .
- 3) Durante el intervalo de años:  $[5., 7.]$ .
- 4) Durante los intervalos de años:  $[4.6227, 5.]$  y  $[9., 10.7818]$ .
- 5) Durante los intervalos de años:  $[4., 5.]$  y  $[8., 9.62768]$ .
- 6) Durante los intervalos de años:  $[4.27793, 6.74051]$  y  $[8., 9.]$ .
- 7) Durante el intervalo de años:  $[7.75223, 10.]$ .
- 8) Durante el intervalo de años:  $[5.53225, 7.41894]$ .

### Ejercicio 2

El rendimiento de una determinada plantación de árboles viene dado por  $f(x) =$

$\frac{-19 + 3x + 18x^2}{32x^4}$ , donde  $x$  es la distancia en metros entre los distintos árboles.

¿A qué distancia se deben plantar unos árboles de otros para conseguir una mayor producción?

- 1)  $\frac{23}{9}$
- 2)  $\frac{4}{3}$
- 3) 8
- 4) 9
- 5)  $\frac{17}{9}$

### Ejercicio 3

Cierta cuenta tiene interés variable compuesto continuamente.

El interés que ofrece la cuenta cada año viene dado por la función

$$I(t) = \left( \frac{1}{100} (-3 - 8t) \right) \cos(3t) \text{ expresado en tanto por 1.}$$

Inicialmente invertimos en dicha cuenta un capital de

5000 euros. Calcular el capital que tendremos pasados  $4\pi$  años.

- 1) 4990 euros
- 2) 4980 euros
- 3) 5050 euros
- 4) 5000 euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(6 \ -1 \ -9 \ -4)$  es combinación lineal de la uplas

$(4 \ 0 \ -4 \ 0)$ ,  $(2 \ 0 \ -2 \ 0)$ ,

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

Determinar los valores del parámetro,  $m$ , para los que el sistema lineal

$$x - y + z = 2$$

$$-x + y = 0$$

$$-mx - 2y + 2z = -2m$$

tiene solución única.

- 1) Tenemos solución única para  $m \neq -2$ .
- 2) Tenemos solución única para  $m \leq 1$ .
- 3) Tenemos solución única para  $m \neq 0$ .
- 4) Tenemos solución única para  $m \geq -4$ .
- 5) Tenemos solución única para  $m \neq -5$ .

## Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 70% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 10.613 % en el primer curso y 89.387 % en el segundo curso.
- 2) 16.921 % en el primer curso y 83.079 % en el segundo curso.
- 3) 7.238 % en el primer curso y 92.762 % en el segundo curso.
- 4) 19.491 % en el primer curso y 80.509 % en el segundo curso.
- 5) 48.2166 % en el primer curso y 51.7834 % en el segundo curso.
- 6) 8.463 % en el primer curso y 91.537 % en el segundo curso.
- 7) 9.422 % en el primer curso y 90.578 % en el segundo curso.
- 8) 7.557 % en el primer curso y 92.443 % en el segundo curso.

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 51

### Ejercicio 1

El balance en cierta cuenta de inversión varía de un año a otro alternando períodos de pérdidas con otros de ganancias. Tenemos los siguientes datos sobre la liquidez en la cuenta en diferentes años:

año	fondos
2	-3
4	-25
6	-63

Utilizar un polinomio de interpolación para reconstruir la función que proporciona los fondos en la cuenta en cada año  $t$ . Emplear dicha función para pronosticar la cantidad disponible en el año 7.

- 1) Los fondos en la cuenta el año 7 son  $-20$ .
- 2) Los fondos en la cuenta el año 7 son  $-88$ .
- 3) Los fondos en la cuenta el año 7 son  $-117$ .
- 4) Los fondos en la cuenta el año 7 son  $14$ .
- 5) Los fondos en la cuenta el año 7 son  $0$ .

### Ejercicio 2

Entre los meses  $t=0$  y  $t=7$ , los fondos en cierta cuenta (en millones de euros) vienen dados por la función  $F(t) = -13 + 252t - 39t^2 + 2t^3$ .

¿Entre qué valores oscilan los fondos entre los meses  $t=2$  y  $t=6$ .

- 1) Oscila entre 351 y 527.
- 2) Oscila entre  $-13$  y 527.
- 3) Oscila entre 350 y 537.
- 4) Oscila entre 526 y 527.
- 5) Oscila entre 346 y 517.

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_3^8 \left( \frac{5625}{(3-5t)^4} \right) dt$

- 1) -4.23389
- 2) -4.3
- 3) 0.209611
- 4) -4.64376
- 5) -2.94226
- 6)  $2.30317 \times 10^7$

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(0 \ 1 \ 0 \ 1)$ ,  $(1 \ -2 \ -1 \ 1)$ ,  $(0 \ -1 \ -1 \ 2)$ ,

son independientes?

- 1) 1    2) 2    3) 3

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$5x_1 - 8x_2 - x_3 + 4x_4 + 3x_5 = -3$$

$$-8x_1 + 13x_2 + x_3 + 4x_4 - x_5 = 0$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -7 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 4 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ -21 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 8 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -54 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -16 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 5 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -52 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -31 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 1 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 8 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -82 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -22 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -5 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (3 \ -2) \rangle$

■  $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (8 \ -5) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} 15 & 24 \\ -10 & -16 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 15 & -10 \\ 24 & -16 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 15 & 40 \\ -6 & -16 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} 15 & -6 \\ 40 & -16 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 52

### Ejercicio 1

Disponemos de una cuenta bancaria que inicialmente ofrecen un interés del 10% compuesto en 9 períodos, en la que pasados 2 años se pasa a ofrecer un interés del 4% compuesto en 8 períodos. Inicialmente depositamos 7000 euros en la cuenta. ¿Cuál será el capital en cuenta pasados 5 años desde el comienzo de la inversión.

- 1) Tendremos un capital de \*\*\*\*3.\*\*\*\*\* euros.
- 2) Tendremos un capital de \*\*\*\*5.\*\*\*\*\* euros.
- 3) Tendremos un capital de \*\*\*\*6.\*\*\*\*\* euros.
- 4) Tendremos un capital de \*\*\*\*8.\*\*\*\*\* euros.
- 5) Tendremos un capital de \*\*\*\*9.\*\*\*\*\* euros.

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + e^x - x - \frac{x^2}{2}}{x^3}$

- 1) 0
- 2)  $-\infty$
- 3)  $\infty$
- 4) -2
- 5)  $\frac{1}{6}$
- 6) -1
- 7) 1

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-3}^{-2} ((1 + 2t) \cos[t]) dt$

- 1) 5.10766
- 2) 3.16998
- 3) -0.971875
- 4) -14.2959
- 5) -10.5899
- 6) -11.6488

## Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & -7 & -7 & -1 \\ 0 & ? & -2 & 0 \\ 1 & 5 & ? & 1 \\ -1 & -2 & -3 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & -1 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 1 & -1 & ? & -1 \\ -1 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & 1 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & -1 & ? & 2 \\ 0 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & -4 & -3 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 2 \\ 0 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & -3 & 1 \\ -1 & ? & 3 & -1 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 0 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ -17 & ? & 33 & -17 \\ -3 & 5 & ? & -3 \\ 6 & -8 & -11 & ? \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & a \\ -2 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ tenga determinante igual a } -1?$$

- 1) -1    2) 3    3) 2    4) -2    5) -5

## Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & -4 \end{pmatrix}$ :

$$v_1 = (2 \ 0 \ 1) \quad v_2 = (-4 \ 0 \ -2) \quad v_3 = (6 \ -1 \ 4) \quad v_4 = (0 \ 1 \ -1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 53

### Ejercicio 1

La población de cierto país (en millones de habitantes) viene dada por la función  $P(t) =$

$$31 \left( \frac{-4 + 8t + t^2 + 9t^3}{6 + 7t - 7t^2 + 9t^3} \right)^{8-4t+5t^2}. \text{ Determinar la tendencia de futuro para esta población.}$$

- 1)  $\infty$
- 2) 31
- 3)  $-\infty$
- 4)  $\frac{31}{e^2}$
- 5)  $\frac{31}{e^5}$
- 6)  $\frac{31}{e}$
- 7)  $\emptyset$

### Ejercicio 2

Estudiar la derivabilidad de la función  $f(x) =$

$$\begin{cases} e^{x-2} + \sin(2) \sin(x) + \cos(2) \cos(x) + 4 & x \leq 2 \\ 3x - 2e^{x-2} - 2\cos(2-x) + 4 & 2 < x < 5 \\ x - 3(x-4) \log(x-4) - 2e^3 + 16 - 2\cos(3) & 5 \leq x \end{cases}$$

- 1) Es derivable en todos los puntos.
- 2) No es derivable en ningún punto.
- 3) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x=2$ .
- 4) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x=5$ .
- 5) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x=2$  y  $x=5$ .

### Ejercicio 3

El saldo en la cuenta de cierto gran fondo de inversión varía de una año a otro estando la velocidad de variación determinada por la función

$$v(t) = (4 + 3t) \log(2t) \text{ millones de euros/año.}$$

Si en el año  $t=1$  el capital del fondo de inversión era de 80 millones de euros, calcular los fondos disponibles pasados (con respecto a  $t=1$ ) 3 años.

- 1)  $\frac{135}{4} - \frac{11 \log[2]}{2} + 78 \log[12]$  millones de euros = 223.7604 millones de euros
- 2)  $\frac{467}{4} - \frac{11 \log[2]}{2} + 40 \log[8]$  millones de euros = 196.1154 millones de euros
- 3)  $46 - \frac{11 \log[2]}{2} + \frac{115 \log[10]}{2}$  millones de euros = 174.5863 millones de euros
- 4)  $\frac{227}{4} - \frac{11 \log[2]}{2} + 40 \log[8]$  millones de euros = 136.1154 millones de euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(-6 \ -8 \ 1 \ -9)$  es combinación lineal de la uplas

$(-1 \ -1 \ 0 \ -1)$ ,  $(-1 \ -1 \ 2 \ 2)$ ,  $(2 \ 0 \ 1 \ -1)$ ,  $(-3 \ -1 \ -1 \ 0)$ ,  $(-3 \ -1 \ 1 \ 3)$ ,

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

Determinar los valores del parámetro,  $m$ , para los que el sistema lineal

$$-2x + 2y - z = -6$$

$$-2x + (2 - m)y + mz = -4 + 2m$$

$$x - y + z = 4$$

tiene solución única. Para esa solución, calcular el valor de la variable  $x$

- 1)  $x = -5$ .
- 2)  $x = 5$ .
- 3)  $x = -3$ .
- 4)  $x = 2$ .
- 5)  $x = 1$ .

## Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.  
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 40.361% en el primer curso y 59.639% en el segundo curso.
- 2) 28.082% en el primer curso y 71.918% en el segundo curso.
- 3) 7.827% en el primer curso y 92.173% en el segundo curso.
- 4) 73.1071% en el primer curso y 26.8929% en el segundo curso.
- 5) 44.38% en el primer curso y 55.62% en el segundo curso.
- 6) 21.592% en el primer curso y 78.408% en el segundo curso.
- 7) 20.185% en el primer curso y 79.815% en el segundo curso.
- 8) 32.501% en el primer curso y 67.499% en el segundo curso.

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 54

### Ejercicio 1

Se realiza un estudio para analizar la población de cierto tipo de roedores en una comarca entre los años  $t=4$  y  $t=9$ . En ese período la población viene dada por la función  $P(t) = 8 + 576t - 84t^2 + 4t^3$  (en miles de roedores). Determinar durante qué años el número de miles de roedores se sitúa entre 1224 y 1304.

- 1) Durante los intervalos de años:  $[4, 5]$  y  $[6.01955, 9]$ .
- 2) Durante el intervalo de años:  $[6.3324, 9]$ .
- 3) Durante el intervalo de años:  $[4, 9]$ .
- 4) Durante el intervalo de años:  $[5, 6]$ .
- 5) Durante los intervalos de años:  $[4, 4]$ ,  $[6, 6]$  y  $[9, 9]$ .
- 6) Durante el intervalo de años:  $[4, 8.04829]$ .
- 7) Durante los intervalos de años:  $[4, 5.6153]$  y  $[6.75238, 8.76264]$ .
- 8) Durante el intervalo de años:  $[5, 8]$ .

### Ejercicio 2

El rendimiento de una determinada plantación de árboles viene dado por  $f(x) = \frac{-10 + 44x + 39x^2}{28x^8}$ , donde  $x$  es la distancia en metros entre los distintos árboles.

¿A qué distancia se deben plantar unos árboles de otros para conseguir una mayor producción?

- 1)  $\frac{37}{6}$
- 2)  $\frac{2}{9}$
- 3)  $\frac{26}{9}$
- 4)  $\frac{12}{17}$
- 5)  $\frac{1}{7}$

### Ejercicio 3

Calcular el área encerrada por la función  $f(x) = -2x + x^2$  y el eje horizontal entre los puntos  $x = -5$  y  $x = -1$ .

$$1) \frac{407}{6} = 67.8333$$

$$2) \frac{401}{6} = 66.8333$$

$$3) \frac{202}{3} = 67.3333$$

$$4) \frac{196}{3} = 65.3333$$

$$5) \frac{413}{6} = 68.8333$$

$$6) \frac{208}{3} = 69.3333$$

$$7) \frac{419}{6} = 69.8333$$

$$8) \frac{205}{3} = 68.3333$$

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-4 \ 0 \ -2 \ 4 \ 0)$ ,  $(-1 \ -2 \ 2 \ 0 \ 0)$ ,  $(-2 \ 0 \ -1 \ 2 \ 0)$ ,  
 $(-1 \ -2 \ 0 \ -2 \ -1)$ ,  $(0 \ -2 \ 2 \ 2 \ -1)$ ,  $(1 \ 0 \ 2 \ 2 \ -2)$ ,

son independientes?

- 1) 1    2) 2    3) 3    4) 4    5) 5    6) 6

### Ejercicio 5

Determinar los valores del parámetro,  $m$ , para los que el sistema lineal

$$m x + y - 2 z = -1 + 2 m$$

$$2 x + y - 2 z = 3$$

$$-x + z = -1$$

tiene solución única.

- 1) Tenemos solución única para  $m \leq 5$ .
- 2) Tenemos solución única para  $m \leq 3$ .
- 3) Tenemos solución única para  $m \leq -1$ .
- 4) Tenemos solución única para  $m \neq 1$ .
- 5) Tenemos solución única para  $m \neq 5$ .

## Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 70% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 31.753 % en el primer curso y 68.247 % en el segundo curso.
- 2) 37.044 % en el primer curso y 62.956 % en el segundo curso.
- 3) 16.211 % en el primer curso y 83.789 % en el segundo curso.
- 4) 16.135 % en el primer curso y 83.865 % en el segundo curso.
- 5) 6.43 % en el primer curso y 93.57 % en el segundo curso.
- 6) 29.337 % en el primer curso y 70.663 % en el segundo curso.
- 7) 64.4243 % en el primer curso y 35.5757 % en el segundo curso.
- 8) 28.495 % en el primer curso y 71.505 % en el segundo curso.

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 55

### Ejercicio 1

La población de cierto país (en millones de habitantes) viene dada por la función  $P(t) =$

$$21 \left( \frac{-8 - 6t + t^2 - 3t^3}{-2 - 9t - 9t^2 - 3t^3} \right)^{-7+4t+6t^2}. \text{ Determinar la tendencia de futuro para esta población.}$$

- 1)  $21 e^2$
- 2)  $\emptyset$
- 3)  $21 e$
- 4)  $\infty$
- 5)  $-\infty$
- 6)  $21$
- 7)  $\frac{21}{e^5}$

### Ejercicio 2

Estudiar la derivabilidad de la función  $f(x) = \begin{cases} 2e^{x+3} + \cos(x+3) + 5 & x \leq -3 \\ \frac{47}{4} - \frac{1}{4}(x-2)x & -3 < x < -1 \\ \sin(x+1) - 2\cos(x+1) + 14 & -1 \leq x \end{cases}$

- 1) Es derivable en todos los puntos.
- 2) No es derivable en ningún punto.
- 3) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = -3$ .
- 4) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = -1$ .
- 5) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = -3$  y  $x = -1$ .

### Ejercicio 3

Cierta cuenta tiene interés variable compuesto continuamente.

El interés que ofrece la cuenta cada año viene dado por la función

$$I(t) = \frac{1}{12} e^{-6+2t} \text{ expresado en tanto por 1.}$$

Inicialmente invertimos en dicha cuenta un capital de

15000 euros. Calcular el capital que tendremos pasados 3 años.

- 1) 15696.5885 euros
- 2) 15616.5885 euros
- 3) 15636.5885 euros
- 4) 15686.5885 euros

## Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(-1 \ 1 \ 3 \ 2)$  es combinación lineal de la uplas

$(-2 \ 1 \ 0 \ -1)$ ,  $(1 \ 2 \ -1 \ 2)$ ,  $(0 \ -2 \ 1 \ -2)$ ,  $(0 \ 2 \ 1 \ -1)$ ,

1) Si    2) No

## Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 3 \\ -1 & a & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$
 tenga determinante igual a 16?

1) -2    2) 1    3) 5    4) -3    5) 2

## Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} -1 & 6 & -4 \\ -4 & 9 & -4 \\ -4 & 6 & -1 \end{pmatrix}$ :

$v_1 = (0 \ 3 \ 0)$      $v_2 = (0 \ 2 \ -2)$      $v_3 = (1 \ 0 \ -3)$      $v_4 = (-3 \ -2 \ 0)$ .

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 56

### Ejercicio 1

Se realiza un estudio para analizar la población de cierta ciudad entre los años  $t=4$  y  $t=7$ .

En ese período la población viene dada por la función  $P(t) = 5 + 360t - 66t^2 + 4t^3$

. Determinar durante qué años el número de habitantes se sitúa entre 655 y 709.

- 1) Durante el intervalo de años:  $[6., 7.35145]$  .
- 2) Durante los intervalos de años:  $[5, 5]$  y  $[6.5, 7]$  .
- 3) Durante el intervalo de años:  $[5., 6.12256]$  .
- 4) Durante los intervalos de años:  $[4.74173, 5.53977]$  y  $[6., 7.28713]$  .
- 5) Durante el intervalo de años:  $[6.15986, 7.28533]$  .
- 6) Durante los intervalos de años:  $[4.29353, 5.]$  y  $[6.6365, 7.]$  .
- 7) Durante los intervalos de años:  $[4, 6.5]$  y  $[7, 7]$  .
- 8) Durante el intervalo de años:  $[6.5, 7]$  .

### Ejercicio 2

El rendimiento de una determinada plantación de árboles viene dado por  $f(x) =$

$\frac{-45 + 30x + 5x^2}{24x^6}$ , donde  $x$  es la distancia en metros entre los distintos árboles.

¿A qué distancia se deben plantar unos árboles de otros para conseguir una mayor producción?

- 1) 2
- 2)  $\frac{2}{15}$
- 3)  $\frac{12}{5}$
- 4)  $\frac{36}{19}$
- 5)  $\frac{3}{2}$

### Ejercicio 3

Cierta cuenta tiene interés variable compuesto continuamente.

El interés que ofrece la cuenta cada año viene dado por la función

$$I(t) = \left( \frac{1}{100} (3 + 3t + 3t^2) \right) \log(4t) \text{ expresado en tanto por 1.}$$

En el año  $t=1$  invertimos en dicha cuenta un capital de 15000

euros. Calcular el capital almacenado en la cuenta pasados (con respecto a  $t=1$ ) 5 años.

- 1)  $4.2423 \times 10^7$  euros
- 2)  $4.2422 \times 10^7$  euros
- 3)  $4.2422 \times 10^7$  euros
- 4)  $4.2422 \times 10^7$  euros

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-2 \ 2 \ 1 \ 2 \ -2)$ ,  $(0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)$ ,  $(1 \ 0 \ 0 \ -1 \ 2)$ ,  $(-1 \ 0 \ 1 \ -1 \ 2)$ ,

son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

### Ejercicio 5

Determinar los valores del parámetro,  $m$ , para los que el sistema lineal

$$(-1 + 2m)x + y + 2z = 1 + 2m$$

$$mx + y + z = m$$

$$-x + z = 1$$

tiene solución única. Para esa solución, calcular el valor de la variable  $y$

- 1)  $y = 1$ .
- 2)  $y = 4$ .
- 3)  $y = 8$ .
- 4)  $y = -2$ .
- 5)  $y = 9$ .

## Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.  
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 29.1625 % en el primer curso y 70.8375 % en el segundo curso.
- 2) 14.06 % en el primer curso y 85.94 % en el segundo curso.
- 3) 32.592 % en el primer curso y 67.408 % en el segundo curso.
- 4) 48.793 % en el primer curso y 51.207 % en el segundo curso.
- 5) 21.086 % en el primer curso y 78.914 % en el segundo curso.
- 6) 6.66667 % en el primer curso y 93.3333 % en el segundo curso.
- 7) 45.998 % en el primer curso y 54.002 % en el segundo curso.
- 8) 26.679 % en el primer curso y 73.321 % en el segundo curso.

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 57

### Ejercicio 1

Cierta institución pública alterna períodos de superávit con otros de endeudamiento. Tenemos los siguientes datos sobre las cuentas de esta institución (en millones de euros):

año	fondos
1	1
4	-5
6	11

Utilizar un polinomio de interpolación para reconstruir la función que proporciona el balance de cuentas en cada año  $t$ . Sabemos que la legislación obliga a que los fondos de la institución se sitúen entre  $-21$  y  $1$ . Determinar (utilizando la función reconstruida mediante el polinomio de interpolación) durante qué años se cumple la normativa exigida dentro del período en que disponemos de datos (es decir desde  $t=1$  hasta  $t=6$ ).

- 1) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 5]$ .
- 2) Se alcanzarán en el intervalo  $[-2, 4]$ .
- 3) Se alcanzarán en el intervalo  $[5, 6]$ .
- 4) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 6]$ .
- 5) Se alcanzarán en el intervalo  $[1, 5]$ .
- 6) Se alcanzarán en el intervalo  $[-2, 3]$ .
- 7) Se alcanzarán en el intervalo  $[6, 6]$ .
- 8) Se alcanzarán en el intervalo  $[1, 6]$ .

### Ejercicio 2

El dueño de una piscifactoría ha determinado que si compra  $x$  peces

(en millares), entonces, al cabo de un mes tendrá  $f(x) = \frac{49x}{25+x}$  peces.

¿Qué número de peces debe comprar para conseguir que la ganancia,  $f(x) - x$ , sea máxima?

- 1)  $\frac{9}{4}$
- 2)  $\frac{36}{5}$
- 3) 9
- 4) 10
- 5) 24

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-5}^{-2} \left(-\frac{45}{3-5t}\right) dt$

- 1) -6.9053
- 2) -33.1072
- 3) -0.767255
- 4) -29.6955
- 5) -32.9542
- 6) -30.0442

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(2 \ -2 \ 0 \ -2)$ ,  $(1 \ 2 \ 2 \ 0)$ ,  $(-1 \ -1 \ 0 \ 1)$ ,

son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$x_1 - x_2 + 2x_4 + 4x_5 = 1$$

$$-x_1 + 2x_2 - 5x_3 - 4x_4 - 5x_5 = -2$$

$$2x_1 - x_2 - 5x_3 + 2x_4 + 7x_5 = 1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} -2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 6 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 3 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 7 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -8 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 5 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = 0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (3 \ -4), (-2 \ 3) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 58

### Ejercicio 1

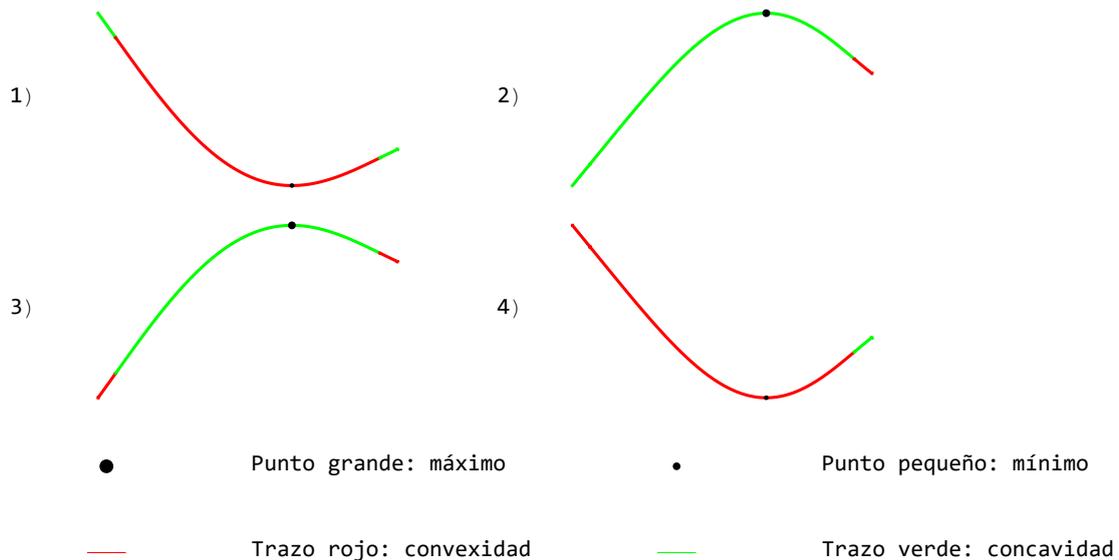
Disponemos de dos cuentas bancarias, una en el banco A y otra en el banco B. En el banco A nos ofrecen un interés compuesto continuamente del 10%, mientras que en la del banco B tenemos un interés compuesto del 5%. Inicialmente depositamos 1000 euros en el banco A y 5000 en el B. ¿Cuánto tiempo ha de pasar hasta que el capital en ambas cuentas se iguale?

Atención: Para obtener resultados correctos es preciso trabajar con al menos 5 decimales de precisión.

- 1) Tendrán que transcurrir \*\*7.\*\*\*\*\* años.
- 2) Tendrán que transcurrir \*\*1.\*\*\*\*\* años.
- 3) Tendrán que transcurrir \*\*4.\*\*\*\*\* años.
- 4) Tendrán que transcurrir \*\*0.\*\*\*\*\* años.
- 5) Tendrán que transcurrir \*\*3.\*\*\*\*\* años.

### Ejercicio 2

Estudiar las propiedades de forma de  $f(x) = 2 - 6x^2 + x^3 + \frac{x^4}{2}$  para decidir cuál de las siguientes es la gráfica de dicha función.



Indicación: Para resolver este ejercicio es preciso determinar los intervalos de concavidad y convexidad de la función. Para encontrar los puntos de inflexión de la función que separan los intervalos de concavidad y convexidad, probar con los puntos  $-2, -1, 0, 1, 2$ .

### Ejercicio 3

El valor de cierto paquete de acciones oscila a lo largo del año. La siguiente función proporciona el valor de la acción en cada mes  $t$ :

$$V(t) = \cos(8t) \text{ euros.}$$

Calcular el valor medio que tendrá la acción a lo largo de los  $\pi$  primeros meses del año (entre  $t=0$  y  $t=\pi$ ).

- 1) -50 euros
- 2) 0 euros
- 3) 60 euros
- 4) -60 euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(-6 \ 0 \ -7 \ -9)$  es combinación lineal de la uplas  $(-4 \ 4 \ -4 \ 4)$ ,  $(-2 \ 2 \ -2 \ 2)$ ,  $(2 \ 1 \ 2 \ 2)$ ,  $(-1 \ 1 \ 2 \ 2)$ ,  $(1 \ 2 \ 0 \ 1)$ ,

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & -1 & 3 \\ a & -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ tenga determinante igual a } 2?$$

- 1) -2
- 2) 2
- 3) 3
- 4) -5
- 5) 5

### Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} -3 & -2 & 8 \\ -4 & -5 & 16 \\ -2 & -2 & 7 \end{pmatrix}$ :

$$v_1 = (1 \ 2 \ 0) \quad v_2 = (1 \ 0 \ -1) \quad v_3 = (0 \ -2 \ 1) \quad v_4 = (1 \ 1 \ -1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$
- 2) Solamente  $v_2$
- 3) Solamente  $v_3$
- 4) Solamente  $v_4$
- 5) Todos
- 6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 59

### Ejercicio 1

Se realiza un estudio para analizar la población de cierto tipo de roedores en una comarca entre los años  $t=3$  y  $t=7$ . En ese período la población viene dada por la función  $P(t) = 9 + 360t - 66t^2 + 4t^3$  (en miles de roedores). Determinar durante qué años el número de miles de roedores se sitúa entre 657 y 667.

- 1) Durante los intervalos de años:  $[4.38907, 5.34588]$  y  $[6., 7.]$ .
- 2) Durante el intervalo de años:  $[4.38794, 5.]$ .
- 3) Durante el intervalo de años:  $[4.5, 7.]$ .
- 4) Durante el intervalo de años:  $[4., 7.72863]$ .
- 5) Durante los intervalos de años:  $[3, 4.5]$ ,  $[6, 6]$  y  $[7, 7]$ .
- 6) Durante los intervalos de años:  $[3.21735, 4.70336]$  y  $[6., 7.]$ .
- 7) Durante el intervalo de años:  $[3.439, 6.]$ .
- 8) Durante los intervalos de años:  $[3.38462, 4.]$  y  $[5.12036, 7.]$ .

### Ejercicio 2

El rendimiento de una determinada plantación de árboles viene dado por  $f(x) = \frac{-24 + 25x + 38x^2}{12x^2}$ , donde  $x$  es la distancia en metros entre los distintos árboles.

¿A qué distancia se deben plantar unos árboles de otros para conseguir una mayor producción?

- 1) 26
- 2)  $\frac{48}{25}$
- 3)  $\frac{4}{3}$
- 4)  $\frac{13}{11}$
- 5)  $\frac{10}{9}$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_4^5 \left( \frac{-2 - 12a + 2t + 4at}{3 - 4t + t^2} \right) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro  $a$ . Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto  $0$ .

- 1) 0.482928
- 2) 0.822528
- 3) 0.403128
- 4) 0.706428
- 5) El resto de las soluciones son incorrectas
- 6) 0.512528

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-2 \ 1 \ -1 \ 1)$ ,  $(-4 \ 0 \ 0 \ -1)$ ,  $(1 \ 2 \ -1 \ 0)$ ,  $(2 \ 1 \ -1 \ 2)$ ,  $(0 \ 0 \ -1 \ -2)$ ,  
son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4
- 5) 5

### Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	2K	2K	6K	3K
harinas vegetales	1K	2K	7K	6K
harinas de pescado	1K	1K	3K	2K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
48K	59K	26K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 14.

- 1) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=3, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=5, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=3, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=2, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 0)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = 0$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = 2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = 0$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -4$  es valor propio con vector propio  $(3 \ 2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 60

### Ejercicio 1

Cierta firma vende  $Q$  toneladas de un producto. El precio de venta por tonelada de producto viene determinado por la fórmula  $P=30000-8Q$ . A su vez, los costes de producción para cada tonelada están dados por la fórmula  $C=10000+14Q$ . Finalmente el transporte hasta el punto de venta de cada tonelada es de 18460. Calcular el máximo beneficio que puede obtenerse por la venta del producto.

- 1) Beneficio = 30 400 .
- 2) Beneficio = 12 579 .
- 3) Beneficio = 26 454 .
- 4) Beneficio = 41 260 .
- 5) Beneficio = 26 950 .

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 2x^2 + x^3}{2 - 3x + x^2}$

- 1)  $-\frac{2}{3}$
- 2)  $-\infty$
- 3) 1
- 4)  $\infty$
- 5) -1
- 6)  $-\frac{1}{2}$
- 7) 0

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-2}^0 ((4 - 4t) \cos[1 - 2t]) dt$

- 1) -7.69313
- 2) 7.67139
- 3) -25.3077
- 4) -37.0702
- 5) -32.0564
- 6) 4.53859

## Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 & -2 \\ 1 & 4 & 2 & -2 \\ 1 & 7 & 6 & -3 \\ 0 & -2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & 1 & -4 & -2 \\ -1 & ? & 2 & 2 \\ 1 & 0 & ? & -1 \\ 1 & -2 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & -1 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 3 & -1 & ? & -1 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 3 & ? & 1 & 1 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 2 & 2 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 1 & ? & -1 & 0 \\ -5 & 0 & ? & 0 \\ -3 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 3 & ? & 0 & 1 \\ -4 & -1 & ? & 0 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 4 & -2 \\ 7 & ? & 6 & -3 \\ 5 & -1 & ? & -2 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -2 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 0 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & -1 \\ a & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ tenga determinante igual a } 5?$$

- 1) 0    2) 4    3) 5    4) 2    5) 3

## Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -9 & 24 & 36 \\ -16 & 35 & 48 \\ 8 & -16 & -21 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (3 \ 0 \ 1) \quad v_2 = (-1 \ 1 \ -1) \quad v_3 = (0 \ -3 \ 2) \quad v_4 = (1 \ -1 \ 1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 61

### Ejercicio 1

Estudiar la continuidad de la función  $f(x) = \begin{cases} \sin(x+1) & x \leq -1 \\ 0 & -1 < x < 2 \\ \cos(2-x) - 2\sin(2-x) & 2 \leq x \end{cases}$

- 1) Es continua en todos los puntos.
- 2) No es continua en ningún punto.
- 3) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = -1$ .
- 4) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = 2$ .
- 5) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = -1$  y  $x = 2$ .

### Ejercicio 2

Obtener la derivada de la función  $f(t) =$

$t^2 - 3e^{e^t} + \log(t+1)$  y calcular su valor en el punto  $t=0$ .

- 1)  $f'(0) = 0$     2)  $f'(0) = 1 - 3e$     3)  $f'(0) = 4$     4)  $f'(0) = -3$

### Ejercicio 3

El valor de cierto paquete de acciones oscila a lo largo del año. La siguiente función proporciona el valor de la acción en cada mes  $t$ :

$V(t) = 2t + 2t^2 + 2t^3$  euros.

Calcular el valor medio que tendrá la acción a lo largo de los 8 primeros meses del año (entre  $t=0$  y  $t=8$ ).

- 1)  $\frac{920}{3}$  euros = 306.6667 euros
- 2)  $\frac{13}{6}$  euros = 2.1667 euros
- 3)  $\frac{135}{16}$  euros = 8.4375 euros
- 4)  $\frac{13}{48}$  euros = 0.2708 euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(-4 \ -4 \ 2 \ 0)$  es combinación lineal de la uplas  $(2 \ -2 \ 0 \ 2)$ ,  $(-2 \ 1 \ -2 \ 0)$ ,  $(0 \ 2 \ -2 \ 0)$ ,

- 1) Si    2) No

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$$

$$x_1 + 3x_2 = -3$$

$$-4x_1 - 4x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 2$$

$$3x_1 + 2x_3 + 2x_4 = 2$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -3 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -1 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 10 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -9 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 5 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 3 \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = 1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (5 \ -3), (2 \ -1) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 62

### Ejercicio 1

Disponemos de una cuenta bancaria que inicialmente ofrecen un interés compuesto continuamente del 9%, en la que pasados 4 años se pasa a ofrecer un interés compuesto del 9%. Inicialmente depositamos 7000 euros en la cuenta. ¿Cuál será el capital en cuenta pasados 8 años desde el comienzo de la inversión.

- 1) Tendremos un capital de \*\*\*\*1.\*\*\*\*\* euros.
- 2) Tendremos un capital de \*\*\*\*3.\*\*\*\*\* euros.
- 3) Tendremos un capital de \*\*\*\*6.\*\*\*\*\* euros.
- 4) Tendremos un capital de \*\*\*\*8.\*\*\*\*\* euros.
- 5) Tendremos un capital de \*\*\*\*2.\*\*\*\*\* euros.

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x + \sin[x]}{x^3}$

- 1)  $-\infty$
- 2)  $-2$
- 3)  $-\frac{1}{6}$
- 4)  $-1$
- 5)  $0$
- 6)  $1$
- 7)  $\infty$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-2}^3 (-\cos[1 + 2t]) dt$

- 1)  $-4.8172$
- 2)  $-0.84436$
- 3)  $-3.81898$
- 4)  $-4.52591$
- 5)  $-0.399053$
- 6)  $-0.281722$

## Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & -5 & -2 & -4 \\ 0 & ? & -2 & -2 \\ -2 & 3 & ? & 3 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -4 & -4 & 5 \\ -1 & ? & -1 & 2 \\ 2 & 2 & ? & -3 \\ -2 & -1 & -2 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 2 & ? & 1 & 0 \\ 3 & 2 & ? & 1 \\ 1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & 1 \\ -2 & ? & 1 & -1 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 2 & -4 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & -1 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -2 & 3 & 1 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 0 & -3 & ? & 2 \\ 0 & 2 & -3 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & a & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ tenga determinante igual a } 0?$$

$$1) 0 \quad 2) -3 \quad 3) 4 \quad 4) -4 \quad 5) 2$$

## Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} -4 & -6 & -6 \\ -3 & -1 & -3 \\ 6 & 6 & 8 \end{pmatrix}$ :

$$v_1 = (-2 \ 0 \ -1) \quad v_2 = (0 \ 0 \ -1) \quad v_3 = (2 \ 1 \ 1) \quad v_4 = (-1 \ -1 \ 1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

$$1) \text{ Solamente } v_1 \quad 2) \text{ Solamente } v_2 \quad 3) \text{ Solamente } v_3 \quad 4) \text{ Solamente } v_4 \quad 5) \text{ Todos} \quad 6) \text{ Ninguno}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 63

### Ejercicio 1

Se realiza un estudio para analizar la población de cierto tipo de roedores en una comarca entre los años  $t=3$  y  $t=7$ . En ese período la población viene dada por la función  $P(t) = 6 + 240t - 54t^2 + 4t^3$  (en miles de roedores). Determinar durante qué años el número de miles de roedores se sitúa entre 302 y 348.

- 1) Durante el intervalo de años:  $[3, 7]$ .
- 2) Durante los intervalos de años:  $[3.66098, 4.]$  y  $[5., 6.]$ .
- 3) Durante los intervalos de años:  $[3.00678, 5.]$  y  $[6.74532, 7.]$ .
- 4) Durante el intervalo de años:  $[5., 7.]$ .
- 5) En ningún intervalo de años se alcanza ese número de roedores.
- 6) Durante el intervalo de años:  $[3.149, 4.57702]$ .
- 7) Durante el intervalo de años:  $[3, 3]$ .
- 8) Durante los intervalos de años:  $[3.04902, 4.]$  y  $[6.05127, 7.47283]$ .

### Ejercicio 2

El rendimiento de una determinada plantación de árboles viene dado por  $f(x) = \frac{-36 + 33x + 19x^2}{17x^9}$ , donde  $x$  es la distancia en metros entre los distintos árboles.

¿A qué distancia se deben plantar unos árboles de otros para conseguir una mayor producción?

- 1)  $\frac{4}{19}$
- 2)  $\frac{1}{2}$
- 3)  $\frac{7}{4}$
- 4)  $\frac{6}{7}$
- 5)  $\frac{13}{15}$

### Ejercicio 3

Cierta cuenta tiene interés variable compuesto continuamente.

El interés que ofrece la cuenta cada año viene dado por la función

$$I(t) = \left( \frac{1}{100} (1 + 4t + t^2) \right) \log(t) \text{ expresado en tanto por 1.}$$

En el año  $t=1$  invertimos en dicha cuenta un capital de 18000

euros. Calcular el capital almacenado en la cuenta pasados (con respecto a  $t=1$ ) 5 años.

- 1) 139717.5953 euros
- 2) 139627.5953 euros
- 3) 139647.5953 euros
- 4) 139707.5953 euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(6 \ -6 \ 9 \ -8)$  es combinación lineal de la uplas

$(1 \ 0 \ -1 \ -1)$ ,  $(-4 \ -4 \ -2 \ 4)$ ,  $(-2 \ 0 \ 2 \ -1)$ ,  
 $(-2 \ -2 \ -1 \ 2)$ ,  $(-4 \ -2 \ 1 \ 1)$ ,  $(-4 \ 0 \ 4 \ -2)$ ,

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	1K	2K	0K	1K
harinas vegetales	2K	2K	1K	3K
harinas de pescado	5K	6K	1K	7K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
5K	17K	34K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 10.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 2) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=4, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=5, Pienso 4=?

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 1 \ 0)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 3 \ -2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1 \ 3)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -2 \ -2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-5$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1 \ -1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 64

### Ejercicio 1

Cierta institución pública alterna períodos de superávit con otros de endeudamiento. Tenemos los siguientes datos sobre las cuentas de esta institución (en millones de euros):

año	fondos
1	24
4	21
6	9

Utilizar un polinomio de interpolación para reconstruir la función que proporciona el balance de cuentas en cada año  $t$ . Sabemos que la legislación obliga a que los fondos de la institución se sitúen entre 16 y 24. Determinar (utilizando la función reconstruida mediante el polinomio de interpolación) durante qué años se cumple la normativa exigida dentro del período en que disponemos de datos (es decir desde  $t=1$  hasta  $t=6$ ).

- 1) Se alcanzarán en el intervalo  $[-1, 1]$ .
- 2) Se cumplirá en los intervalos:  $[1, 1]$  y  $[3, 5]$ .
- 3) Se cumplirá en los intervalos:  $[-1, 0]$  y  $[3, 5]$ .
- 4) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 5]$ .
- 5) Se alcanzarán en el intervalo  $[5, 6]$ .
- 6) Se alcanzarán en el intervalo  $[1, 5]$ .
- 7) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 1]$ .
- 8) Se alcanzarán en el intervalo  $[1, 6]$ .

### Ejercicio 2

El dueño de una piscifactoría ha determinado que si compra  $x$  peces

(en millares), entonces, al cabo de un mes tendrá  $f(x) = \frac{32x}{18 + 12x}$  peces.

¿Qué número de peces debe comprar para conseguir que la ganancia,  $f(x) - x$ , sea máxima?

- 1)  $\frac{1}{2}$
- 2)  $\frac{30}{17}$
- 3)  $\frac{16}{9}$
- 4) 8
- 5)  $\frac{11}{18}$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_2^3 \left( -\frac{1000}{(3-5t)^3} \right) dt$

- 1) 1.34637
- 2) -6.0166
- 3) -6.09567
- 4) -5.72996
- 5) -5.91725
- 6) -9167.5

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ 0 \ 0 \ 1)$ ,  $(0 \ 2 \ 2 \ 0)$ ,  $(1 \ -1 \ 1 \ -1)$ ,

son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 + x_5 = 3$$

$$-x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -3 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 10 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} 10 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -24 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 5 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} 9 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -8 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ 4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -23 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -13 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = 0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (1 \ 2), (4 \ 9) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 65

### Ejercicio 1

Cierta institución pública alterna períodos de superávit con otros de endeudamiento. Tenemos los siguientes datos sobre las cuentas de esta institución (en millones de euros):

año	fondos
2	21
4	29
8	93

Utilizar un polinomio de interpolación para reconstruir la función que proporciona el balance de cuentas en cada año  $t$ . Sabemos que la legislación obliga a que los fondos de la institución se sitúen entre 29 y 71. Determinar (utilizando la función reconstruida mediante el polinomio de interpolación) durante qué años se cumple la normativa exigida dentro del período en que disponemos de datos (es decir desde  $t=2$  hasta  $t=8$ ).

- 1) Se alcanzarán en el intervalo  $[4, 8]$ .
- 2) Se alcanzarán en el intervalo  $[-3, 4]$ .
- 3) Se alcanzarán en el intervalo  $[-3, 8]$ .
- 4) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 4]$ .
- 5) Se alcanzarán en el intervalo  $[4, 7]$ .
- 6) Se alcanzarán en el intervalo  $[-3, 0]$ .
- 7) Se cumplirá en los intervalos:  $[0, 0]$  y  $[4, 7]$ .
- 8) Se cumplirá en los intervalos:  $[-3, 0]$  y  $[7, 8]$ .

### Ejercicio 2

El dueño de una piscifactoría ha determinado que si compra  $x$  peces

(en millares), entonces, al cabo de un mes tendrá  $f(x) = \frac{27x}{12+6x}$  peces.

¿Qué número de peces debe comprar para conseguir que la ganancia,  $f(x) - x$ , sea máxima?

- 1)  $\frac{19}{13}$
- 2) 1
- 3)  $\frac{5}{13}$
- 4)  $\frac{12}{11}$
- 5)  $\frac{5}{4}$

### Ejercicio 3

Cierta cuenta tiene interés variable compuesto continuamente.

El interés que ofrece la cuenta cada año viene dado por la función

$$I(t) = \frac{e^{-3+t}}{13} \text{ expresado en tanto por 1.}$$

Inicialmente invertimos en dicha cuenta un capital de

20 000 euros. Calcular el capital que tendremos pasados 3 años.

- 1) 21536.6182 euros
- 2) 21527.8525 euros
- 3) 21526.6182 euros
- 4) 21516.6182 euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(0 \ 7 \ 0 \ -2)$  es combinación lineal de la uplas

$(0 \ -1 \ 1 \ 0)$ ,  $(-2 \ -3 \ 0 \ 0)$ ,  $(2 \ 1 \ 2 \ 0)$ ,  $(2 \ 2 \ 1 \ 0)$ ,

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina

en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en

la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	10K	7K	4K
Pienso marca 2	20K	14K	8K
Pienso marca 3	7K	5K	3K
Pienso marca 4	24K	17K	11K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación

semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
206K	145K	88K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición

óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento,

deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 10.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=3

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ -1 \ 0)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -2 \ -2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=4$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 2 \ 0)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1 \ 2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -1 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 66

### Ejercicio 1

La población de cierto país (en millones de habitantes) viene dada por la función  $P(t) =$

$$18 \left( \frac{4 + 3t - 6t^2 + 6t^3}{-2 + 3t + 7t^2 + 6t^3} \right)^{-9+5t}. \text{ Determinar la tendencia de futuro para esta población.}$$

- 1)  $\infty$
- 2)  $-\infty$
- 3) 18
- 4)  $\frac{18}{e^{10833/1000}}$
- 5)  $\frac{18}{e^{65/6}}$
- 6)  $\frac{18}{e^5}$
- 7) 0

### Ejercicio 2

Estudiar la derivabilidad de la función  $f(x) =$

$$\begin{cases} 2 \cos(3 - x) + 3 & x \leq 3 \\ -(x(1 + \log(9))) + 2(x - 2) \log(x - 2) + 8 + \log(729) & 3 < x < 5 \\ 4x - 3(x - 4) \log(x - 4) - 16 + \log(9) & 5 \leq x \end{cases}$$

- 1) Es derivable en todos los puntos.
- 2) No es derivable en ningún punto.
- 3) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = 3$ .
- 4) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = 5$ .
- 5) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = 3$  y  $x = 5$ .

### Ejercicio 3

El saldo en la cuenta de cierto gran fondo de inversión varía de una año a otro estando la velocidad de variación determinada por la función

$$v(t) = (2 + 3t) \log(4t) \text{ millones de euros/año.}$$

Si en el año  $t=1$  el capital del fondo de inversión era de 70 millones de euros, calcular los fondos disponibles pasados (con respecto a  $t=1$ ) 2 años.

- 1)  $60 - \frac{7 \operatorname{Log}[4]}{2} + \frac{39 \operatorname{Log}[12]}{2}$  millones de euros = 103.6036 millones de euros
- 2)  $140 - \frac{7 \operatorname{Log}[4]}{2} + \frac{39 \operatorname{Log}[12]}{2}$  millones de euros = 183.6036 millones de euros
- 3)  $\frac{211}{4} - \frac{7 \operatorname{Log}[4]}{2} + 32 \operatorname{Log}[16]$  millones de euros = 136.6208 millones de euros
- 4)  $44 - \frac{7 \operatorname{Log}[4]}{2} + \frac{95 \operatorname{Log}[20]}{2}$  millones de euros = 181.4453 millones de euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(-3 \ 5 \ 3 \ -3)$  es combinación lineal de la uplas

$(1 \ 1 \ 0 \ 2)$ ,  $(2 \ -1 \ 0 \ -2)$ ,  $(0 \ 1 \ 2 \ 0)$ ,  $(-2 \ 2 \ 2 \ 2)$ ,  $(1 \ -1 \ -1 \ 1)$ ,

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

Determinar los valores del parámetro,  $m$ , para los que el sistema lineal

$$m x + y = -1 + 2 m$$

$$(2 + m) x - y - z = 4 + 2 m$$

$$-2 x + 3 y + z = -6$$

tiene solución única. Para esa solución, calcular el valor de la variable  $y$

- 1)  $y = -4$ .
- 2)  $y = -2$ .
- 3)  $y = 4$ .
- 4)  $y = 8$ .
- 5)  $y = -1$ .

## Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandona.  
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 35.495 % en el primer curso y 64.505 % en el segundo curso.
- 2) 43.2352 % en el primer curso y 56.7648 % en el segundo curso.
- 3) 10.9 % en el primer curso y 89.1 % en el segundo curso.
- 4) 34.494 % en el primer curso y 65.506 % en el segundo curso.
- 5) 14.149 % en el primer curso y 85.851 % en el segundo curso.
- 6) 4.403 % en el primer curso y 95.597 % en el segundo curso.
- 7) 8.881 % en el primer curso y 91.119 % en el segundo curso.
- 8) 34.1463 % en el primer curso y 65.8537 % en el segundo curso.

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 67

### Ejercicio 1

Estudiar la continuidad de la función  $f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq -1 \\ -3 \log(x+2) + 2 + 3 \log(3) & -1 < x < 1 \\ 2 \log(x) + 2 & 1 \leq x \end{cases}$

- 1) Es continua en todos los puntos.
- 2) No es continua en ningún punto.
- 3) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = -1$ .
- 4) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = 1$ .
- 5) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = -1$  y  $x = 1$ .

### Ejercicio 2

El rendimiento de una determinada plantación de árboles viene dado por  $f(x) = \frac{-8 + 49x + 36x^2}{15x^5}$ , donde  $x$  es la distancia en metros entre los distintos árboles.

¿A qué distancia se deben plantar unos árboles de otros para conseguir una mayor producción?

- 1)  $\frac{20}{7}$
- 2)  $\frac{7}{4}$
- 3)  $\frac{7}{6}$
- 4)  $\frac{5}{27}$
- 5)  $\frac{27}{7}$

### Ejercicio 3

El valor de cierto paquete de acciones oscila a lo largo del año. La siguiente función proporciona el valor de la acción en cada mes  $t$ :

$$V(t) = \cos(8 + 8t) \text{ euros.}$$

Calcular el valor medio que tendrá la acción a lo largo de los  $2\pi$  primeros meses del año (entre  $t=0$  y  $t=2\pi$ ).

$$1) \frac{-\frac{\sin[8]}{8} + \frac{1}{8} \sin[8(1+2\pi)]}{2\pi} \text{ euros} = 0. \text{ euros}$$

$$2) -30 + \frac{-\frac{\sin[8]}{8} + \frac{1}{8} \sin[8(1+2\pi)]}{2\pi} \text{ euros} = -30. \text{ euros}$$

$$3) 50 + \frac{-\frac{\sin[8]}{8} + \frac{1}{8} \sin[8(1+2\pi)]}{2\pi} \text{ euros} = 50. \text{ euros}$$

$$4) -20 + \frac{-\frac{\sin[8]}{8} + \frac{1}{8} \sin[8(1+2\pi)]}{2\pi} \text{ euros} = -20. \text{ euros}$$

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(3 \ 0 \ -3 \ 6)$  es combinación lineal de la uplas  $(-2 \ 0 \ 2 \ -4)$ ,  $(-1 \ 0 \ 1 \ -2)$ ,

- 1) Si      2) No

### Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & a & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \text{ tenga determinante igual a } 0?$$

- 1) 3    2) 4    3) 0    4) -5    5) -4

### Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} -5 & -3 & 6 \\ -6 & -8 & 12 \\ -6 & -6 & 10 \end{pmatrix}$ :

$$v_1 = (-1 \ -1 \ -1) \quad v_2 = (-1 \ 3 \ 1) \quad v_3 = (1 \ 1 \ 1) \quad v_4 = (2 \ 0 \ 1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 68

### Ejercicio 1

La población de cierta región turística crece de forma exponencial según la función  $P(t) = 96000 e^{t/100}$

que indica el número de ciudadanos residentes en cada año  $t$ . Al mismo tiempo, dependiendo de cada estación la ciudad recibe también un número variable de turistas que está

determinado por la función trigonométrica  $I(t) = 4000 + 2000 \sin\left[\frac{t}{2\pi}\right]$

que proporciona la cantidad de visitantes inmigrantes en cada momento  $t$  ( $t$  en años).

Determinar cuántos años deben transcurrir hasta que se alcancen los 136000 habitantes (la solución la podemos encontrar para  $t$  entre 30 y 35).

- 1)  $t = ** .1****$
- 2)  $t = ** .3****$
- 3)  $t = ** .5****$
- 4)  $t = ** .7****$
- 5)  $t = ** .9****$

### Ejercicio 2

Estudiar la derivabilidad de la función  $f(x) =$

$$\begin{cases} \sin(x) + \cos(x) + 2 & x \leq 0 \\ -(x(1 + \sin(1))) - \cos(x) + 4 & 0 < x < 1 \\ \sin(1-x) + 3 \cos(1-x) - \sin(1) - \cos(1) & 1 \leq x \end{cases}$$

- 1) Es derivable en todos los puntos.
- 2) No es derivable en ningún punto.
- 3) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x=0$ .
- 4) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x=1$ .
- 5) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x=0$  y  $x=1$ .

### Ejercicio 3

Calcular el área encerrada por la función  $f(x) = -6x - 3x^2$  y el eje horizontal entre los puntos  $x = -3$  y  $x = 3$ .

- 1)  $\frac{131}{2} = 65.5$
- 2) 46
- 3) 64
- 4)  $\frac{129}{2} = 64.5$
- 5)  $\frac{133}{2} = 66.5$
- 6) 54
- 7) 62
- 8) 66

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-2 \ 1 \ -1 \ -2 \ -1)$ ,  $(2 \ 2 \ -2 \ 1 \ 0)$ ,  $(-2 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2)$ ,  
 $(1 \ 2 \ -1 \ 0 \ 0)$ ,  $(-4 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1)$ ,  $(-4 \ -2 \ 2 \ 0 \ 2)$ ,

son independientes?

- 1) 1    2) 2    3) 3    4) 4    5) 5    6) 6

### Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -2 & -1 \\ -1 & -1 & a & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  tenga determinante igual a 3?

- 1) -3    2) 1    3) 3    4) -2    5) -1

### Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} -6 & -6 & -6 \\ -3 & -9 & -6 \\ 6 & 12 & 9 \end{pmatrix}$ :

$v_1 = (-1 \ 2 \ 0)$      $v_2 = (0 \ 3 \ 1)$      $v_3 = (-1 \ -2 \ 0)$      $v_4 = (0 \ -1 \ -2)$ .

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 69

### Ejercicio 1

La población de cierto país (en millones de habitantes) viene dada por la función  $P(t) =$

$$17 \left( \frac{-6 - 9t + 6t^2}{-1 - 4t + 6t^2} \right)^{5+2t}. \text{ Determinar la tendencia de futuro para esta población.}$$

- 1)  $-\infty$
- 2) 17
- 3)  $\frac{17}{e^{5/3}}$
- 4) 0
- 5)  $\frac{17}{e^{417/250}}$
- 6)  $\infty$
- 7)  $\frac{17}{e^5}$

### Ejercicio 2

Estudiar la derivabilidad de la función  $f(x) = \begin{cases} -\sin(3-x) - 2\cos(3-x) - 3 & x \leq 3 \\ -\frac{x^2}{6} + 4x - \frac{31}{2} & 3 < x < 6 \\ 2(x-5)\log(x-5) + \frac{5}{2} & 6 \leq x \end{cases}$

- 1) Es derivable en todos los puntos.
- 2) No es derivable en ningún punto.
- 3) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x=3$ .
- 4) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x=6$ .
- 5) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x=3$  y  $x=6$ .

### Ejercicio 3

El saldo en la cuenta de cierto gran fondo de inversión varía de una año a otro estando la velocidad de variación determinada por la función

$$v(t) = (1 + 4t) \log(4t) \text{ millones de euros/año.}$$

Si en el año  $t=1$  el capital del fondo de inversión era de 70 millones de euros, calcular los fondos disponibles pasados (con respecto a  $t=1$ ) 2 años.

- 1)  $42 - 3 \log[4] + 55 \log[20]$  millones de euros = 202.6064 millones de euros
- 2)  $60 - 3 \log[4] + 21 \log[12]$  millones de euros = 108.0242 millones de euros
- 3)  $52 - 3 \log[4] + 36 \log[16]$  millones de euros = 147.6543 millones de euros
- 4)  $110 - 3 \log[4] + 21 \log[12]$  millones de euros = 158.0242 millones de euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(-8 \ -4 \ -4 \ -4)$  es combinación lineal de la uplas  $(2 \ 1 \ 1 \ 1)$ ,  $(4 \ 2 \ 2 \ 2)$ ,

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

Determinar los valores del parámetro,  $m$ , para los que el sistema lineal

$$m x + y + (-1 - m) z = -3 - m$$

$$x + y - 2 z = -4$$

$$-2 x - y + 4 z = 7$$

tiene solución única. Para esa solución, calcular el valor de la variable  $z$

- 1)  $z = -8$ .
- 2)  $z = 0$ .
- 3)  $z = 3$ .
- 4)  $z = 2$ .
- 5)  $z = -6$ .

## Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 20.193 % en el primer curso y 79.807 % en el segundo curso.
- 2) 9.686 % en el primer curso y 90.314 % en el segundo curso.
- 3) 15.628 % en el primer curso y 84.372 % en el segundo curso.
- 4) 62.5833 % en el primer curso y 37.4167 % en el segundo curso.
- 5) 23.66 % en el primer curso y 76.34 % en el segundo curso.
- 6) 10.008 % en el primer curso y 89.992 % en el segundo curso.
- 7) 12.121 % en el primer curso y 87.879 % en el segundo curso.
- 8) 27.88 % en el primer curso y 72.12 % en el segundo curso.

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 70

### Ejercicio 1

Ciertos terrenos se devalúan desde un valor inicial de 384000 euros hasta un valor final de 122000 euros a lo largo de 6 años. Determinar cuál es el tipo de interés anual compuesto continuamente de esa devaluación.

Atención: Para obtener resultados correctos es preciso trabajar con al menos 5 decimales de precisión.

- 1) El interés será del \*\*6.\*\*\*\*\* %.
- 2) El interés será del \*\*5.\*\*\*\*\* %.
- 3) El interés será del \*\*3.\*\*\*\*\* %.
- 4) El interés será del \*\*9.\*\*\*\*\* %.
- 5) El interés será del \*\*2.\*\*\*\*\* %.

### Ejercicio 2

Obtener la derivada de la función  $f(t) = \sin(e^{\sin(t)}) + \sin(t)$  y calcular su valor en el punto  $t=0$ .

- 1)  $f'(0) = -4$
- 2)  $f'(0) = 4$
- 3)  $f'(0) = 1$
- 4)  $f'(0) = 1 + \cos[1]$

### Ejercicio 3

Cierta cuenta tiene interés variable compuesto continuamente.

El interés que ofrece la cuenta cada año viene dado por la función

$$I(t) = \left(\frac{1}{100} (3 + 2t)\right) \log(3t) \text{ expresado en tanto por 1.}$$

En el año  $t=1$  invertimos en dicha cuenta un capital de 1000

euros. Calcular el capital almacenado en la cuenta pasados (con respecto a  $t=1$ ) 5 años.

- 1) 3293.1885 euros
- 2) 3363.1885 euros
- 3) 3283.1885 euros
- 4) 3303.1885 euros

## Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & 2 \\ 2 & ? & 1 & 2 \\ 1 & -1 & ? & 1 \\ 1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & 2 \\ 1 & ? & 0 & 1 \\ -3 & 6 & ? & -5 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & 1 & 1 & -1 \\ 2 & ? & 2 & 0 \\ 3 & 1 & ? & -1 \\ -1 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} ? & -2 & 3 & 1 \\ -1 & ? & -3 & -1 \\ 1 & 0 & ? & 1 \\ 1 & -1 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 1 \\ 2 & ? & 0 & -1 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ -4 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ -3 & ? & -5 & 3 \\ 2 & 1 & ? & -1 \\ 1 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ -1 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 2 & ? & 0 \\ -1 & 2 & -1 & ? \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 5

Determinar los valores del parámetro,  $m$ , para los que el sistema lineal

$$\begin{aligned} (-4+m)x - y - z &= -3 \\ -x + y &= 1 \\ 2x + y + z &= 3 \end{aligned}$$

tiene solución única. Para esa solución, calcular el valor de la variable  $x$

- 1)  $x = 0$ .
- 2)  $x = 5$ .
- 3)  $x = -6$ .
- 4)  $x = 8$ .
- 5)  $x = 1$ .

## Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.  
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 2 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 14.575 % en el primer curso y 85.425 % en el segundo curso.
- 2) 5.36 % en el primer curso y 94.64 % en el segundo curso.
- 3) 7.6 % en el primer curso y 92.4 % en el segundo curso.
- 4) 33.3333 % en el primer curso y 66.6667 % en el segundo curso.
- 5) 51.9036 % en el primer curso y 48.0964 % en el segundo curso.
- 6) 29.981 % en el primer curso y 70.019 % en el segundo curso.
- 7) 44.356 % en el primer curso y 55.644 % en el segundo curso.
- 8) 15.727 % en el primer curso y 84.273 % en el segundo curso.

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 71

### Ejercicio 1

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2 + 4x - 8x^2 + 2x^3}{2 - 9x - 8x^2 - 6x^3}$

- 1)  $-\frac{2}{5}$
- 2)  $-\frac{1}{3}$
- 3) 1
- 4)  $\infty$
- 5)  $\frac{1}{3}$
- 6)  $-\infty$
- 7) 0

### Ejercicio 2

Una firma de plásticos recibe un encargo para producir 2695 tablas especiales de espuma de plástico para entrenamiento de natación. La firma posee 12 máquinas pero cada una de ellas podrá participar en la fabricación de este tipo de tablas solamente después de una adaptación tras la cual cada máquina adaptada es capaz de fabricar 5 tablas por hora; las máquinas no adaptadas no podrán, por contra, participar en la elaboración de este encargo. El coste de adaptación por máquina es de 13013 unidades monetarias. Además estas máquinas adaptadas al estar automatizadas necesitarán únicamente personal para supervisar la producción cuyo salario es de 1183 unidades monetarias por hora. Teniendo en cuenta el número de horas que serán necesarias para producir las tablas del encargo, el costo en salarios para esas horas y los costos de adaptación, ¿cuántas de las máquinas que tiene la empresa deben ser adaptadas para realizar el pedido al mínimo coste posible

- 1) 14
- 2) Ninguna de las otras opciones es correcta.
- 3) 19
- 4) 12
- 5) 7

### Ejercicio 3

El valor de cierto paquete de acciones oscila a lo largo del año. La siguiente función proporciona el valor de la acción en cada mes  $t$ :

$$V(t) = (1 + 9t)e^{2+t} \text{ euros.}$$

Calcular el valor medio que tendrá la acción a lo largo de los 8 primeros meses del año (entre  $t=0$  y  $t=8$ ).

$$1) \frac{1}{8} (8e^2 + 10e^4) \text{ euros} = 75.6367 \text{ euros}$$

$$2) \frac{1}{8} (8e^2 + e^3) \text{ euros} = 9.8997 \text{ euros}$$

$$3) \frac{1}{8} (8e^2 + 64e^{10}) \text{ euros} = 176219.1154 \text{ euros}$$

$$4) \frac{1}{8} (-17e + 8e^2) \text{ euros} = 1.6127 \text{ euros}$$

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(-4 \ 3 \ 2 \ -7)$  es combinación lineal de la uplas

$(-2 \ 0 \ -1 \ 0)$ ,  $(-2 \ -4 \ -2 \ 4)$ ,  $(-1 \ -2 \ -1 \ 2)$ ,  
 $(-1 \ 2 \ 0 \ -2)$ ,  $(-3 \ -2 \ -2 \ 2)$ ,  $(-4 \ 0 \ -2 \ 0)$ ,

1) Si      2) No

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$4x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 4x_4 = -4$$

$$x_1 + x_2 + x_4 = 0$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$4x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = -2$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} -3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ 9 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -8 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -2 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 5 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -6 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -4 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} -3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = 0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (-8 \ 13) \rangle$

■  $\lambda_2 = 1$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-5 \ 8) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} 65 & 40 \\ -104 & -64 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 65 & -104 \\ 40 & -64 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 72

### Ejercicio 1

Cierta institución pública alterna períodos de superávit con otros de endeudamiento. Tenemos los siguientes datos sobre las cuentas de esta institución (en millones de euros):

año	fondos
2	-24
5	-54
8	-48

Utilizar un polinomio de interpolación para reconstruir la función que proporciona el balance de cuentas en cada año  $t$ . Sabemos que la legislación obliga a que los fondos de la institución se sitúen entre  $-48$  y  $-38$ . Determinar (utilizando la función reconstruida mediante el polinomio de interpolación) durante qué años se cumple la normativa exigida dentro del período en que disponemos de datos (es decir desde  $t=2$  hasta  $t=8$ ).

- 1) Se cumplirá en los intervalos:  $[3, 4]$  y  $[8, 9]$ .
- 2) Se alcanzarán en el intervalo  $[3, 8]$ .
- 3) Se cumplirá en los intervalos:  $[0, 4]$  y  $[8, 9]$ .
- 4) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 8]$ .
- 5) Se alcanzarán en el intervalo  $[8, 8]$ .
- 6) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 3]$ .
- 7) Se alcanzarán en el intervalo  $[3, 4]$ .
- 8) Se cumplirá en los intervalos:  $[3, 4]$  y  $[8, 8]$ .

### Ejercicio 2

El dueño de una piscifactoría ha determinado que si compra  $x$  peces

(en millares), entonces, al cabo de un mes tendrá  $f(x) = \frac{9x}{1+25x}$  peces.

¿Qué número de peces debe comprar para conseguir que la ganancia,  $f(x) - x$ , sea máxima?

- 1)  $\frac{11}{5}$
- 2)  $\frac{24}{11}$
- 3)  $\frac{2}{25}$
- 4) 4
- 5)  $\frac{7}{3}$

### Ejercicio 3

El valor de cierto paquete de acciones oscila a lo largo del año. La siguiente función proporciona el valor de la acción en cada mes  $t$ :

$$V(t) = 30 e^{1+2t} \text{ euros.}$$

Calcular el valor medio que tendrá la acción a lo largo de los 8 primeros meses del año (entre  $t=0$  y  $t=8$ ).

$$1) \frac{1}{8} (-15 e + 15 e^{17}) \text{ euros} = 4.5291 \times 10^7 \text{ euros}$$

$$2) \frac{1}{8} (-15 e + 15 e^5) \text{ euros} = 273.1779 \text{ euros}$$

$$3) \frac{1}{8} \left( \frac{15}{e} - 15 e \right) \text{ euros} = -4.407 \text{ euros}$$

$$4) \frac{1}{8} (-15 e + 15 e^3) \text{ euros} = 32.5636 \text{ euros}$$

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(-7 \ -6 \ 7 \ 5)$  es combinación lineal de la uplas  $(1 \ 0 \ 0 \ -1)$ ,  $(-2 \ 4 \ -4 \ -2)$ ,  $(0 \ 2 \ 0 \ 0)$ ,  $(-1 \ 2 \ -2 \ -1)$ ,

- 1) Si      2) No

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$-x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -3$$

$$10x_1 - 2x_2 - 2x_4 = 0$$

$$2x_1 - 2x_2 - 3x_4 = -3$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 0$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).  
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ -2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -7 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} -6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 1 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 10 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -8 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -2 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -10 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ -2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -20 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = 0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (15 \ 11) \rangle$

■  $\lambda_2 = 1$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (4 \ 3) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} -44 & -12 \\ 165 & 45 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -44 & -33 \\ 60 & 45 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} -44 & 165 \\ -12 & 45 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -44 & 60 \\ -33 & 45 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 73

### Ejercicio 1

Cierta institución pública alterna períodos de superávit con otros de endeudamiento. Tenemos los siguientes datos sobre las cuentas de esta institución (en millones de euros):

año	fondos
1	-15
4	-78
7	-87

Utilizar un polinomio de interpolación para reconstruir la función que proporciona el balance de cuentas en cada año  $t$ . Sabemos que la legislación obliga a que los fondos de la institución se sitúen entre  $-63$  y  $-15$ . Determinar (utilizando la función reconstruida mediante el polinomio de interpolación) durante qué años se cumple la normativa exigida dentro del período en que disponemos de datos (es decir desde  $t=1$  hasta  $t=7$ ).

- 1) Se alcanzarán en el intervalo  $[1, 9]$ .
- 2) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 1]$ .
- 3) Se cumplirá en los intervalos:  $[1, 3]$  y  $[7, 11]$ .
- 4) Se alcanzarán en el intervalo  $[1, 7]$ .
- 5) Se alcanzarán en el intervalo  $[7, 9]$ .
- 6) Se alcanzarán en el intervalo  $[1, 3]$ .
- 7) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 9]$ .
- 8) Se cumplirá en los intervalos:  $[0, 3]$  y  $[9, 11]$ .

### Ejercicio 2

El dueño de una piscifactoría ha determinado que si compra  $x$  peces

(en millares), entonces, al cabo de un mes tendrá  $f(x) = \frac{9x}{4+9x}$  peces.

¿Qué número de peces debe comprar para conseguir que la ganancia,  $f(x) - x$ , sea máxima?

- 1)  $\frac{2}{9}$
- 2)  $\frac{3}{10}$
- 3)  $\frac{5}{2}$
- 4)  $\frac{3}{5}$
- 5)  $\frac{3}{2}$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-8}^{-1} \left(\frac{5}{t^3}\right) dt$

- 1) -6.92529
- 2)  $1.27969 \times 10^6$
- 3) -2.46094
- 4) -9.10522
- 5) -9.31447
- 6) -10.4636

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ 2 \ 0 \ 0)$ ,  $(-2 \ -2 \ 1 \ -1)$ ,  $(-2 \ 1 \ 0 \ -1)$ ,  $(-4 \ -4 \ 2 \ -2)$ ,

son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$-x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 2$$

$$x_1 + x_2 - 5x_4 + 4x_5 = 3$$

$$2x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + x_5 = 1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 1 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 14 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -14 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ 10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} 8 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -3 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -11 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = 0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (-2 \ -1), (3 \ 1) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 74

### Ejercicio 1

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow \infty} 2 + 4x - 8x^2 + 4x^3 - 4x^4 + 3x^5$

- 1) -7
- 2) -5
- 3) 0
- 4)  $-\infty$
- 5) -4
- 6)  $\infty$
- 7) 1

### Ejercicio 2

Una firma de plásticos recibe un encargo para producir 12495 tablas especiales de espuma de plástico para entrenamiento de natación. La firma posee 8 máquinas pero cada una de ellas podrá participar en la fabricación de este tipo de tablas solamente después de una adaptación tras la cual cada máquina adaptada es capaz de fabricar 833 tablas por hora; las máquinas no adaptadas no podrán, por contra, participar en la elaboración de este encargo. El coste de adaptación por máquina es de 65 unidades monetarias. Además estas máquinas adaptadas al estar automatizadas necesitarán únicamente personal para supervisar la producción cuyo salario es de 975 unidades monetarias por hora. Teniendo en cuenta el número de horas que serán necesarias para producir las tablas del encargo, el costo en salarios para esas horas y los costos de adaptación, ¿cuántas de las máquinas que tiene la empresa deben ser adaptadas para realizar el pedido al mínimo coste posible

- 1) 8
- 2) 15
- 3) 10
- 4) 5
- 5) Ninguna de las otras opciones es correcta.

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_4^5 \left( \frac{12 + 8a - 4t + 4at}{-6 - t + t^2} \right) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro  $a$ . Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto  $\theta$ .

- 1) 2.77259
- 2) 2.07089
- 3) El resto de las soluciones son incorrectas
- 4) 2.37119
- 5) 2.59819
- 6) 2.00509

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(\theta \ 2 \ 2 \ -1)$ ,  $(-2 \ -1 \ 2 \ 1)$ ,  $(-1 \ -2 \ 1 \ \theta)$ ,  $(\theta \ 2 \ -2 \ 1)$ ,

son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

### Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	11K	7K	15K
Pienso marca 2	14K	9K	19K
Pienso marca 3	14K	9K	20K
Pienso marca 4	14K	9K	16K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
128K	82K	177K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por diferentes cuestiones, deseamos que el número de sacos del pienso 4 sea igual a  $\theta$ .

- 1) Pienso 1=3, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=3, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -6 & 9 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-5$  es valor propio con vector propio  $(3 \ 2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(3 \ 2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 0)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 0)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 75

### Ejercicio 1

Disponemos de una cuenta bancaria en la que nos ofrecen un interés compuesto continuamente del 1% y en la que inicialmente depositamos 7000 euros. ¿Cuánto tiempo ha de pasar hasta que el capital en la cuenta alcance los 10000 euros?

Atención: Para obtener resultados correctos es preciso trabajar con al menos 5 decimales de precisión.

- 1) Tendrán que transcurrir `**2.*****` años.
- 2) Tendrán que transcurrir `**5.*****` años.
- 3) Tendrán que transcurrir `**4.*****` años.
- 4) Tendrán que transcurrir `**8.*****` años.
- 5) Tendrán que transcurrir `**0.*****` años.

### Ejercicio 2

Obtener la derivada de la función  $f(t) = e^t + 2(\cos(t) - \sin(t))$  y calcular su valor en el punto  $t=0$ .

- 1)  $f'(0) = -1$
- 2)  $f'(0) = 2$
- 3)  $f'(0) = 0$
- 4)  $f'(0) = -2$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-a}^{-1} (3 + 16a + 32t + 40at + 60t^2 + 15a^2t + 20t^3) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro  $a$ . Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto  $0$ .

- 1) El resto de las soluciones son incorrectas
- 2)  $-5$
- 3)  $2$
- 4)  $6$
- 5)  $9$
- 6)  $-11$

## Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 8 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ -2 & -2 & -4 & -3 \\ -5 & -7 & -14 & -8 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & -6 & 0 & 2 \\ 0 & ? & 1 & -1 \\ 0 & 3 & ? & -1 \\ -2 & -15 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & 0 & -3 & -2 \\ 7 & ? & 3 & 3 \\ -4 & -1 & ? & -2 \\ 4 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -3 & -3 & 1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & -1 \\ 1 & 2 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & -5 & -3 \\ 6 & ? & 12 & 7 \\ 3 & 0 & ? & 1 \\ 2 & 0 & 3 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 1 & ? & 1 & -1 \\ 2 & -2 & ? & -1 \\ 2 & -1 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ 3 & ? & -2 & 5 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 2 & -2 & -2 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ -2 & ? & -1 & 0 \\ 1 & 1 & ? & 0 \\ 1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 5

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left( X + \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 30 & 11 \\ -11 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -25 & -9 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 6

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -9 - 2\alpha & 16 + 4\alpha \\ -4 - \alpha & 7 + 2\alpha \end{pmatrix}$ ?

$$1) \alpha = -3 \quad 2) \alpha = -1 \quad 3) \alpha = 1 \quad 4) \alpha = 0 \quad 5) \alpha = -4$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 76

### Ejercicio 1

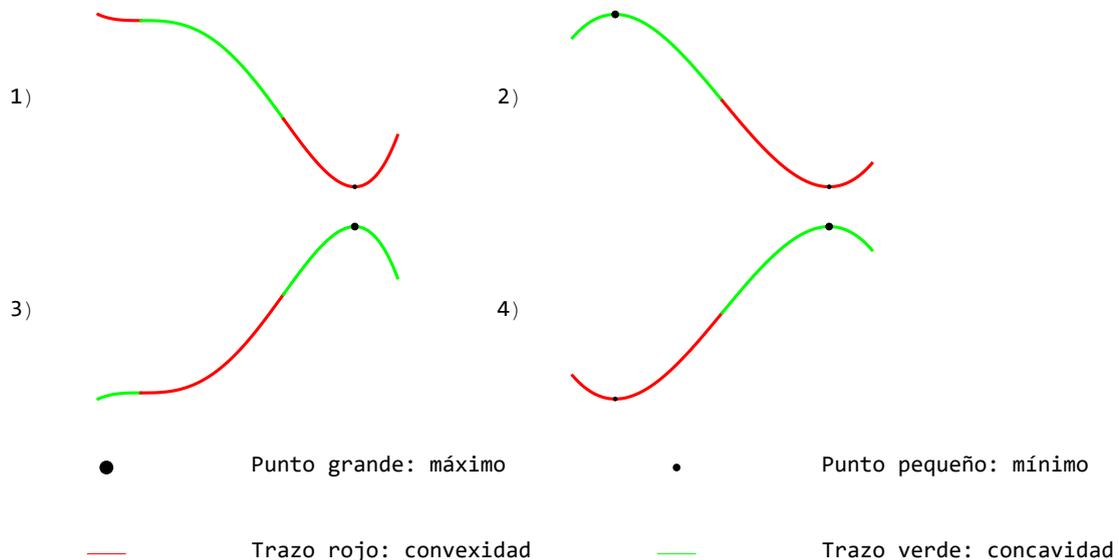
Disponemos de dos cuentas bancarias, una en el banco A y otra en el banco B. En el banco A nos ofrecen un interés del 6% compuesto en 3 períodos, mientras que en la del banco B tenemos un interés compuesto del 9%. Inicialmente depositamos 5000 euros en el banco A y 1000 en el B. ¿Cuánto tiempo ha de pasar hasta que el capital en ambas cuentas se iguale?

Atención: Para obtener resultados correctos es preciso trabajar con al menos 5 decimales de precisión.

- 1) Tendrán que transcurrir  $**6.*****$  años.
- 2) Tendrán que transcurrir  $**0.*****$  años.
- 3) Tendrán que transcurrir  $**5.*****$  años.
- 4) Tendrán que transcurrir  $**2.*****$  años.
- 5) Tendrán que transcurrir  $**9.*****$  años.

### Ejercicio 2

Estudiar las propiedades de forma de  $f(x) = 5 + 3x^2 + 2x^3$  para decidir cuál de las siguientes es la gráfica de dicha función.



Indicación: Para encontrar los máximos y mínimos de la función, probar con los puntos  $-2$ ,  $-1$ ,  $0$ ,  $1$ ,  $2$ . Para resolver este ejercicio es preciso determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_a^{-3} (-3 + 4at - 6t^2 - 15at^2 + 20t^3) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro  $a$ . Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto  $0$ .

- 1) 162
- 2) 163
- 3) El resto de las soluciones son incorrectas
- 4) 137
- 5) 165
- 6) 156

### Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 1 & -3 \\ -3 & 0 & 1 & 8 \\ -3 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & -7 & 3 & 16 \\ 1 & ? & 1 & 5 \\ -2 & 4 & ? & -8 \\ 0 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -5 & -6 & 0 \\ -1 & ? & 4 & -1 \\ -1 & 3 & ? & 0 \\ 0 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 3 \\ 3 & ? & -1 & 2 \\ 6 & 0 & ? & 1 \\ 3 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & 1 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -1 \\ 1 & ? & -1 & -1 \\ 1 & 0 & ? & -1 \\ 1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -1 \\ 2 & ? & -4 & -4 \\ 1 & 1 & ? & -4 \\ -4 & -1 & 5 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 0 & ? & -2 & 0 \\ -1 & 0 & ? & 1 \\ 1 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix}$$

### Ejercicio 5

Calcular la matriz  $X$  despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \left( X + \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 10 & -6 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & * \\ -1 & * \end{pmatrix}$$

### Ejercicio 6

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -3+\alpha & -3+\alpha \\ 3-\alpha & 3-\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-2$
- 2)  $\alpha=0$
- 3)  $\alpha=3$
- 4)  $\alpha=2$
- 5)  $\alpha=-3$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 77

### Ejercicio 1

El balance en cierta cuenta de inversión varía de un año a otro alternando períodos de pérdidas con otros de ganancias. Tenemos los siguientes datos sobre la liquidez en la cuenta en diferentes años:

año	fondos
2	-6
3	-15
5	-45

Utilizar un polinomio de interpolación para reconstruir la función que proporciona los fondos en la cuenta en cada año  $t$ . Emplear dicha función para pronosticar la cantidad disponible en el año 7.

- 1) Los fondos en la cuenta el año 7 son -15.
- 2) Los fondos en la cuenta el año 7 son -120.
- 3) Los fondos en la cuenta el año 7 son -3.
- 4) Los fondos en la cuenta el año 7 son -16.
- 5) Los fondos en la cuenta el año 7 son -91.

### Ejercicio 2

Entre los meses  $t=0$  y  $t=6$ , los fondos en cierta cuenta (en millones de euros) vienen dados por la función  $F(t) = 15 + 36t - 15t^2 + 2t^3$ .

¿Entre qué valores oscilan los fondos entre los meses  $t=3$  y  $t=6$ .

- 1) Oscila entre 42 y 123.
- 2) Oscila entre 15 y 123.
- 3) Oscila entre 43 y 128.
- 4) Oscila entre 42 y 43.
- 5) Oscila entre 41 y 132.

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-9}^{-8} \left(-\frac{5}{(3-t)^3}\right) dt$

- 1) -4.3852
- 2) -3.43261
- 3) -3.32977
- 4) -0.00330005
- 5) -2.51781
- 6) 3047.5

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(2 \ 1 \ 1 \ 2)$ ,  $(0 \ -2 \ 0 \ -2)$ ,  $(1 \ -1 \ -1 \ -2)$ ,  $(-1 \ -2 \ -2 \ -4)$ ,

son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$x_1 - 2x_2 - 5x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 0$$

$$2x_1 - 3x_2 + 3x_4 - 2x_5 = 1$$

$$-3x_1 + 5x_2 + 5x_3 + x_4 = -1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ 1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -15 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -11 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -9 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -8 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 7 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -13 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -15 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 8 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 5 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ 4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -11 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -17 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (-1 \ 2) \rangle$

■  $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-2 \ 3) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -6 & -4 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 6 & -4 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 78

### Ejercicio 1

La población de cierta region turística crece de forma exponencial según la función  $P(t) = 100\,000 e^{t/100}$

que indica el número de ciudadanos residentes en cada año  $t$ . Al mismo tiempo, dependiendo de cada estación la ciudad recibe también un número variable de turistas que está

determinado por la función trigonométrica  $I(t) = 4000 + 2000 \sin\left[\frac{t}{2\pi}\right]$

que proporciona la cantidad de visitantes inmigrantes en cada momento  $t$  ( $t$  en años).

Determinar cuántos años deben transcurrir hasta que se alcancen los 138000 habitantes (la solución la podemos encontrar para  $t$  entre 26 y 31).

- 1)  $t = ** .1****$
- 2)  $t = ** .3****$
- 3)  $t = ** .5****$
- 4)  $t = ** .7****$
- 5)  $t = ** .9****$

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{11}{2} - 9x + \frac{9x^2}{2} - x^3 + \text{Log}[x^3]}{1 - 4x + 6x^2 - 4x^3 + x^4}$

- 1)  $-\infty$
- 2)  $-\frac{3}{4}$
- 3)  $\infty$
- 4)  $-\frac{1}{2}$
- 5)  $0$
- 6)  $-1$
- 7)  $1$

### Ejercicio 3

Cierta cuenta tiene interés variable compuesto continuamente.

El interés que ofrece la cuenta cada año viene dado por la función

$$I(t) = \left( \frac{2-t}{898110} \right) e^{2+3t} \text{ expresado en tanto por 1.}$$

Inicialmente invertimos en dicha cuenta un capital de

5000 euros. Calcular el capital que tendremos pasados 3 años.

- 1) 4976.4402 euros
- 2) 4916.4402 euros
- 3) 4906.4402 euros
- 4) 4926.4402 euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla (4 9 6 9) es combinación lineal de la uplas

(0 0 -4 0), (2 1 -2 0), (0 0 -4 1), (0 0 -2 1), (-2 -1 0 1), (0 0 -2 0),

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro a para que la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & a & 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ tenga determinante igual a } -4?$$

- 1) -1
- 2) 1
- 3) -4
- 4) 0
- 5) 5

### Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -11 & 8 & 16 \\ 12 & -15 & -24 \\ -12 & 12 & 21 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (1 \ -1 \ -1) \quad v_2 = (-1 \ 0 \ -2) \quad v_3 = (1 \ 1 \ -1) \quad v_4 = (-1 \ 0 \ 1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$
- 2) Solamente  $v_2$
- 3) Solamente  $v_3$
- 4) Solamente  $v_4$
- 5) Todos
- 6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 79

### Ejercicio 1

Cierta firma vende  $Q$  toneladas de un producto. El precio de venta por tonelada de producto viene determinado por la fórmula  $P=60000-8Q$ . A su vez, los costes de producción para cada tonelada están dados por la fórmula  $C=40000+4Q$ . Finalmente el transporte hasta el punto de venta de cada tonelada es de 18992. Calcular el máximo beneficio que puede obtenerse por la venta del producto.

- 1) Beneficio = 19 276 .
- 2) Beneficio = 21 168 .
- 3) Beneficio = 15 097 .
- 4) Beneficio = 15 237 .
- 5) Beneficio = 35 799 .

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-3 + 2x + x^2}{3 - 4x + x^2}$

- 1)  $-\frac{2}{3}$
- 2)  $\infty$
- 3)  $-1$
- 4)  $1$
- 5)  $-\infty$
- 6)  $0$
- 7)  $-2$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-3}^0 (-\cos[2 + 2t]) dt$

- 1)  $-1.1352$
- 2)  $-4.33007$
- 3)  $-0.0762475$
- 4)  $-1.56349$
- 5)  $1.96093$
- 6)  $-4.55958$

## Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & -3 & 3 & 0 \\ -1 & -5 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & -9 & 5 & -2 \\ -1 & ? & -2 & 1 \\ -1 & 4 & ? & 1 \\ 0 & -2 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -7 & -1 & -1 \\ -1 & ? & 0 & 1 \\ 1 & -1 & ? & 0 \\ 0 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -4 & -2 & 1 \\ 2 & ? & 3 & -2 \\ 1 & 1 & ? & -2 \\ -1 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & 2 & 0 & 3 \\ 0 & ? & -1 & 1 \\ 0 & 3 & ? & 2 \\ -1 & 4 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & -1 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 0 & -2 & ? & 0 \\ 1 & -4 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & 0 \\ -1 & ? & -1 & -1 \\ -4 & 4 & ? & -2 \\ 2 & -2 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -1 & -3 & ? & -2 \\ 1 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 & a \\ 3 & -3 & 1 & -2 \\ -2 & 3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ tenga determinante igual a } 12?$$

- 1) 0    2) -1    3) 2    4) 5    5) 4

## Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} -1 & 4 & -4 \\ -4 & 7 & -4 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ :

$$v_1 = (2 \ 0 \ 0) \quad v_2 = (-1 \ -1 \ 0) \quad v_3 = (1 \ -1 \ 0) \quad v_4 = (-1 \ 2 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 80

### Ejercicio 1

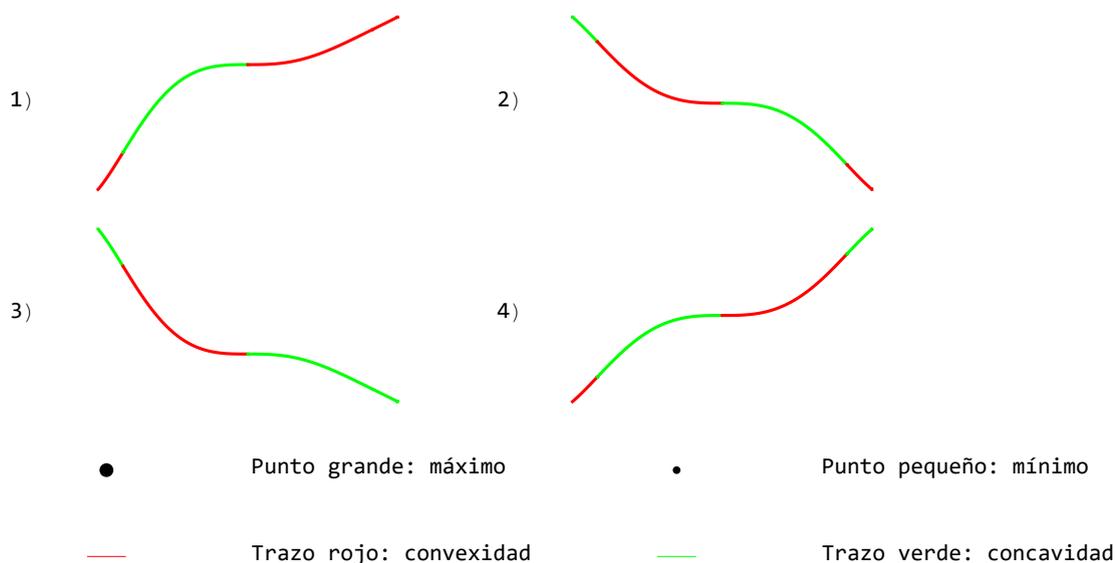
Disponemos de dos cuentas bancarias, una en el banco A y otra en el banco B. En el banco A nos ofrecen un interés compuesto del 9%, mientras que en la del banco B tenemos un interés del 3% compuesto en 9 períodos. Inicialmente depositamos 1000 euros en el banco A y 5000 en el B. ¿Cuánto tiempo ha de pasar hasta que el capital en ambas cuentas se iguale?

Atención: Para obtener resultados correctos es preciso trabajar con al menos 5 decimales de precisión.

- 1) Tendrán que transcurrir `**3.*****` años.
- 2) Tendrán que transcurrir `**0.*****` años.
- 3) Tendrán que transcurrir `**8.*****` años.
- 4) Tendrán que transcurrir `**1.*****` años.
- 5) Tendrán que transcurrir `**4.*****` años.

### Ejercicio 2

Estudiar las propiedades de forma de  $f(x) = 2 + 10x^3 - 5x^4 - 3x^5 + 2x^6$  para decidir cuál de las siguientes es la gráfica de dicha función.



Indicación: Para resolver este ejercicio es preciso determinar los intervalos de concavidad y convexidad de la función. Para encontrar los puntos de inflexión de la función que separan los intervalos de concavidad y convexidad, probar con los puntos  $-2, -1, 0, 1, 2$ .

### Ejercicio 3

Calcular el área encerrada por la función  $f(x) = 3 - 2x - x^2$  y el eje horizontal entre los puntos  $x=0$  y  $x=3$ .

- 1) 9
- 2)  $\frac{89}{6} = 14.8333$
- 3)  $\frac{52}{3} = 17.3333$
- 4)  $\frac{37}{3} = 12.3333$
- 5)  $\frac{49}{3} = 16.3333$
- 6)  $\frac{83}{6} = 13.8333$
- 7)  $\frac{46}{3} = 15.3333$
- 8)  $\frac{101}{6} = 16.8333$

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ -2 \ -1 \ 1 \ -2)$ ,  $(0 \ 1 \ -2 \ -1 \ -2)$ ,  
 $(0 \ -2 \ -1 \ -2 \ -1)$ ,  $(1 \ -2 \ 0 \ 2 \ -2)$ ,  $(0 \ -1 \ -2 \ 2 \ -2)$ ,

son independientes?

- 1) 1    2) 2    3) 3    4) 4    5) 5

### Ejercicio 5

Determinar los valores del parámetro,  $m$ , para los que el sistema lineal

$$mx + my = 3m$$

$$y - z = 2$$

$$mx + my + z = 3m$$

tiene solución única. Para esa solución, calcular el valor de la variable  $x$

- 1)  $x = -4$ .
- 2)  $x = -9$ .
- 3)  $x = -2$ .
- 4)  $x = 1$ .
- 5)  $x = 9$ .

## Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada alumno en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 10.97% en el primer curso y 89.03% en el segundo curso.
- 2) 71.4286% en el primer curso y 28.5714% en el segundo curso.
- 3) 40.161% en el primer curso y 59.839% en el segundo curso.
- 4) 22.061% en el primer curso y 77.939% en el segundo curso.
- 5) 27.5% en el primer curso y 72.5% en el segundo curso.
- 6) 11.654% en el primer curso y 88.346% en el segundo curso.
- 7) 26.965% en el primer curso y 73.035% en el segundo curso.
- 8) 24.959% en el primer curso y 75.041% en el segundo curso.

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 81

### Ejercicio 1

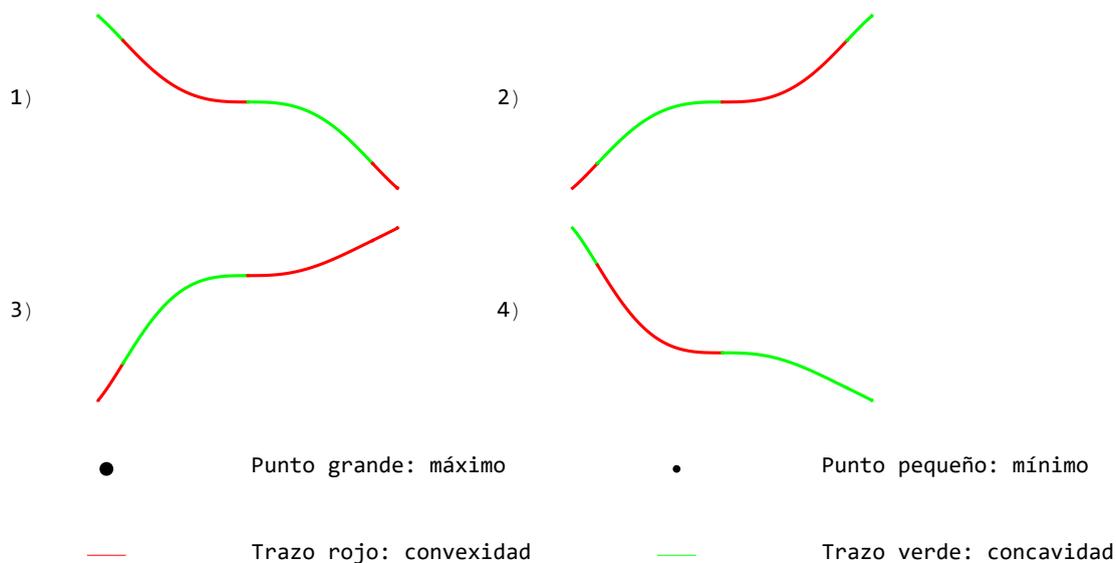
Disponemos de dos cuentas bancarias, una en el banco A y otra en el banco B. En el banco A nos ofrecen un interés del 1% compuesto en 6 períodos, mientras que en la del banco B tenemos un interés del 10% compuesto en 10 períodos. Inicialmente depositamos 5000 euros en el banco A y 1000 en el B. ¿Cuánto tiempo ha de pasar hasta que el capital en ambas cuentas se iguale?

Atención: Para obtener resultados correctos es preciso trabajar con al menos 5 decimales de precisión.

- 1) Tendrán que transcurrir `**3.*****` años.
- 2) Tendrán que transcurrir `**7.*****` años.
- 3) Tendrán que transcurrir `**5.*****` años.
- 4) Tendrán que transcurrir `**0.*****` años.
- 5) Tendrán que transcurrir `**2.*****` años.

### Ejercicio 2

Estudiar las propiedades de forma de  $f(x) = 4 - 2x^3 + \frac{3x^5}{5}$  para decidir cuál de las siguientes es la gráfica de dicha función.



Indicación: Para resolver este ejercicio es preciso determinar los intervalos de concavidad y convexidad de la función. Para encontrar los puntos de inflexión de la función que separan los intervalos de concavidad y convexidad, probar con los puntos -2, -1, 0, 1, 2.

### Ejercicio 3

Calcular el área encerrada por la función  $f(x) = 9 - x^2$  y el eje horizontal entre los puntos  $x = -1$  y  $x = 2$ .

- 1)  $\frac{57}{2} = 28.5$
- 2)  $\frac{51}{2} = 25.5$
- 3) 26
- 4) 29
- 5)  $\frac{55}{2} = 27.5$
- 6) 27
- 7) 24
- 8) 28

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-3 \ -4 \ 0 \ -3 \ 2)$ ,  $(2 \ 2 \ -1 \ 2 \ 0)$ ,  $(-1 \ -2 \ -1 \ -1 \ 2)$ ,  
 $(-2 \ -4 \ -2 \ -2 \ 4)$ ,  $(-2 \ -1 \ 0 \ -2 \ 0)$ ,  $(-1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -2)$ ,

son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4
- 5) 5
- 6) 6

### Ejercicio 5

Determinar los valores del parámetro,  $m$ , para los que el sistema lineal

$$mx + 2y + 2z = 4 - 2m$$

$$-x + 2y + z = 6$$

$$-x + y + z = 4$$

tiene solución única. Para esa solución, calcular el valor de la variable  $z$

- 1)  $z = 0$ .
- 2)  $z = -8$ .
- 3)  $z = 1$ .
- 4)  $z = 7$ .
- 5)  $z = 8$ .

## Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.  
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 10% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 16.961% en el primer curso y 83.039% en el segundo curso.
- 2) 32.78% en el primer curso y 67.22% en el segundo curso.
- 3) 8.822% en el primer curso y 91.178% en el segundo curso.
- 4) 5.599% en el primer curso y 94.401% en el segundo curso.
- 5) 0% en el primer curso y 100.% en el segundo curso.
- 6) 10.257% en el primer curso y 89.743% en el segundo curso.
- 7) 22.0197% en el primer curso y 77.9803% en el segundo curso.
- 8) 16.398% en el primer curso y 83.602% en el segundo curso.

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 82

### Ejercicio 1

Cierta institución pública alterna períodos de superávit con otros de endeudamiento. Tenemos los siguientes datos sobre las cuentas de esta institución (en millones de euros):

año	fondos
2	59
5	89
8	83

Utilizar un polinomio de interpolación para reconstruir la función que proporciona el balance de cuentas en cada año  $t$ . Sabemos que la legislación obliga a que los fondos de la institución se sitúen entre 59 y 73. Determinar (utilizando la función reconstruida mediante el polinomio de interpolación) durante qué años se cumple la normativa exigida dentro del período en que disponemos de datos (es decir desde  $t=2$  hasta  $t=8$ ).

- 1) Se alcanzarán en el intervalo  $[8, 10]$ .
- 2) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 3]$ .
- 3) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 10]$ .
- 4) Se cumplirá en los intervalos:  $[2, 3]$  y  $[8, 9]$ .
- 5) Se alcanzarán en el intervalo  $[2, 3]$ .
- 6) Se cumplirá en los intervalos:  $[0, 2]$  y  $[9, 10]$ .
- 7) Se alcanzarán en el intervalo  $[3, 8]$ .
- 8) Se alcanzarán en el intervalo  $[3, 10]$ .

### Ejercicio 2

El dueño de una piscifactoría ha determinado que si compra  $x$  peces

(en millares), entonces, al cabo de un mes tendrá  $f(x) = \frac{25x}{9+7x}$  peces.

¿Qué número de peces debe comprar para conseguir que la ganancia,  $f(x) - x$ , sea máxima?

- 1)  $\frac{17}{3}$
- 2)  $\frac{9}{7}$
- 3)  $\frac{19}{3}$
- 4) 12
- 5)  $\frac{6}{7}$

### Ejercicio 3

El valor de cierto paquete de acciones oscila a lo largo del año. La siguiente función proporciona el valor de la acción en cada mes  $t$ :

$$V(t) = \cos(-6 + 9t) \text{ euros.}$$

Calcular el valor medio que tendrá la acción a lo largo de los  $3\pi$  primeros meses del año (entre  $t=0$  y  $t=3\pi$ ).

$$1) \frac{2 \operatorname{Sin}[6]}{27\pi} \text{ euros} = -0.0066 \text{ euros}$$

$$2) 30 + \frac{2 \operatorname{Sin}[6]}{27\pi} \text{ euros} = 29.9934 \text{ euros}$$

$$3) 10 + \frac{2 \operatorname{Sin}[6]}{27\pi} \text{ euros} = 9.9934 \text{ euros}$$

$$4) 90 + \frac{2 \operatorname{Sin}[6]}{27\pi} \text{ euros} = 89.9934 \text{ euros}$$

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(5 \ -4 \ -1 \ 1)$  es combinación lineal de la uplas

$(-1 \ 0 \ -1 \ 0)$ ,  $(-2 \ 0 \ -2 \ 0)$ ,  $(2 \ -1 \ 0 \ -1)$ ,  $(1 \ -1 \ -1 \ -1)$ ,  $(-3 \ 1 \ -1 \ 1)$ ,

1) Si      2) No

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$x_2 + 2x_3 - x_4 = 0$$

$$x_1 - 7x_2 - 5x_3 + 2x_4 = -7$$

$$-5x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 4$$

$$4x_1 - 2x_3 + x_4 = 3$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -5 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 18 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} -3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -7 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -13 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 21 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 1 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 9 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -7 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = 0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (4 \ 3) \rangle$

■  $\lambda_2 = 1$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (5 \ 4) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} -15 & -12 \\ 20 & 16 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -15 & -20 \\ 12 & 16 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} -15 & 20 \\ -12 & 16 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -15 & 12 \\ -20 & 16 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 83

### Ejercicio 1

El balance en cierta cuenta de inversión varía de un año a otro alternando períodos de pérdidas con otros de ganancias. Tenemos los siguientes datos sobre la liquidez en la cuenta en diferentes años:

año	fondos
0	3
2	1
3	-3

Utilizar un polinomio de interpolación para reconstruir la función que proporciona los fondos en la cuenta en cada año  $t$ . Emplear dicha función para pronosticar la cantidad disponible en el año 4.

- 1) Los fondos en la cuenta el año 4 son 0.
- 2) Los fondos en la cuenta el año 4 son 1.
- 3) Los fondos en la cuenta el año 4 son -9.
- 4) Los fondos en la cuenta el año 4 son -11.
- 5) Los fondos en la cuenta el año 4 son -17.

### Ejercicio 2

Entre los meses  $t=1$  y  $t=6$ , los fondos en cierta cuenta (en millones de euros) vienen dados por la función  $F(t) = -11 + 180t - 33t^2 + 2t^3$ .

¿Entre qué valores oscilan los fondos entre los meses  $t=2$  y  $t=4$ .

- 1) Oscila entre 138 y 314.
- 2) Oscila entre 313 y 314.
- 3) Oscila entre 224 y 307.
- 4) Oscila entre 235 y 307.
- 5) Oscila entre 233 y 309.

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-4}^{-2} \left( -\frac{9}{(3-t)^5} \right) dt$

- 1) -3.43236
- 2) 25 506.
- 3) -0.00266289
- 4) -3.3772
- 5) -4.23098
- 6) -4.65489

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(0 \ -1 \ -1 \ 1)$ ,  $(-2 \ 2 \ -1 \ 2)$ ,  $(2 \ -2 \ 2 \ 0)$ ,

son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$-3x_1 + x_2 - 2x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 0$$

$$5x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 - 5x_5 = -1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -6 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 1 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -9 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -2 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -10 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$5) \begin{pmatrix} 1 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -17 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -5 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (3 \ -2) \rangle$

■  $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-4 \ 3) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -9 & 12 \\ -6 & 8 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} -9 & -12 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -9 & 6 \\ -12 & 8 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -9 & -6 \\ 12 & 8 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 84

### Ejercicio 1

Se realiza un estudio para analizar la población de cierto tipo de roedores en una comarca entre los años  $t=3$  y  $t=7$ . En ese período la población viene dada por la función  $P(t) = 7 + 240t - 54t^2 + 4t^3$  (en miles de roedores). Determinar durante qué años el número de miles de roedores se sitúa entre 413 y 519.

- 1) Durante el intervalo de años:  $[3, 7]$ .
- 2) En ningún intervalo de años se alcanza ese número de roedores.
- 3) Durante el intervalo de años:  $[5.59667, 6.18836]$ .
- 4) Durante los intervalos de años:  $[3.69784, 4.]$  y  $[5., 7.32012]$ .
- 5) Durante los intervalos de años:  $[4.23249, 5.]$  y  $[6.78054, 7.31804]$ .
- 6) Durante el intervalo de años:  $[7, 7]$ .
- 7) Durante los intervalos de años:  $[3., 4.4963]$  y  $[5., 6.24958]$ .
- 8) Durante el intervalo de años:  $[3.712, 4.46716]$ .

### Ejercicio 2

El rendimiento de una determinada plantación de árboles viene dado por  $f(x) = \frac{-30 + 46x + 13x^2}{20x^2}$ , donde  $x$  es la distancia en metros entre los distintos árboles.

¿A qué distancia se deben plantar unos árboles de otros para conseguir una mayor producción?

- 1)  $\frac{8}{3}$
- 2) 9
- 3)  $\frac{33}{8}$
- 4)  $\frac{30}{23}$
- 5) 6

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_5^6 \left( \frac{2 - 8a + t + 4at}{-4 + t^2} \right) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro  $a$ . Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto  $0$ .

- 1)  $-0.100074$
- 2)  $0.628726$
- 3) El resto de las soluciones son incorrectas
- 4)  $-0.463774$
- 5)  $0.765526$
- 6)  $0.241626$

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ 0 \ 1 \ -1)$ ,  $(-2 \ 2 \ -1 \ -1)$ ,  $(1 \ 0 \ 1 \ 1)$ ,  $(-2 \ 2 \ -1 \ 2)$ ,

son independientes?

- 1) 1    2) 2    3) 3    4) 4

### Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	2K	3K	2K	3K
harinas vegetales	10K	15K	12K	16K
harinas de pescado	15K	22K	18K	24K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
32K	163K	242K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 12.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=3, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=5, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -2$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 0)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = 2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 0)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -1$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = 4$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 85

### Ejercicio 1

Disponemos de una cuenta bancaria que inicialmente ofrecen un interés del 5% compuesto en 8 períodos, en la que pasados 3 años se pasa a ofrecer un interés compuesto continuamente del 1%. Inicialmente depositamos 7000 euros en la cuenta. ¿Cuál será el capital en cuenta pasados 4 años desde el comienzo de la inversión.

- 1) Tendremos un capital de \*\*\*\*9.\*\*\*\*\* euros.
- 2) Tendremos un capital de \*\*\*\*7.\*\*\*\*\* euros.
- 3) Tendremos un capital de \*\*\*\*0.\*\*\*\*\* euros.
- 4) Tendremos un capital de \*\*\*\*8.\*\*\*\*\* euros.
- 5) Tendremos un capital de \*\*\*\*4.\*\*\*\*\* euros.

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + \cos[x]}{x^2}$

- 1) 1
- 2) -1
- 3)  $-\frac{1}{2}$
- 4)  $-\infty$
- 5)  $-\frac{2}{3}$
- 6) 0
- 7)  $\infty$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_1^2 (3 \cos[2 - 3t]) dt$

- 1) -7.37404
- 2) -1.59827
- 3) -7.61996
- 4) -5.54277
- 5) -7.48574
- 6) -6.32582

## Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & -3 \\ 0 & ? & -1 & 2 \\ 2 & -3 & ? & -4 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -2 & 6 & 12 \\ 0 & ? & -2 & -5 \\ 0 & 0 & ? & 2 \\ 1 & 1 & -2 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & -1 \\ 3 & ? & 1 & 2 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -2 & 2 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 2 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 0 & ? & 1 \\ 1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 3 \\ 2 & ? & -1 & -4 \\ -1 & 0 & ? & 2 \\ -2 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ -1 & ? & 0 & 1 \\ -2 & -3 & ? & 1 \\ -4 & -1 & -2 & ? \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & a & 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ tenga determinante igual a } 5?$$

- 1) -5    2) 5    3) -4    4) 2    5) 3

## Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 20 & 15 & -6 \\ -54 & -43 & 18 \\ -72 & -60 & 26 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (0 \ 0 \ -1) \quad v_2 = (-1 \ -1 \ 0) \quad v_3 = (-3 \ 0 \ 0) \quad v_4 = (-2 \ 2 \ -1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 86

### Ejercicio 1

Disponemos de una cuenta bancaria que inicialmente ofrecen un interés compuesto del 6%, en la que pasados 3 años se pasa a ofrecer un interés compuesto continuamente del 5%. Inicialmente depositamos 7000 euros en la cuenta. ¿Cuál será el capital en cuenta pasados 3 años desde el comienzo de la inversión.

- 1) Tendremos un capital de \*\*\*\*5.\*\*\*\*\* euros.
- 2) Tendremos un capital de \*\*\*\*7.\*\*\*\*\* euros.
- 3) Tendremos un capital de \*\*\*\*0.\*\*\*\*\* euros.
- 4) Tendremos un capital de \*\*\*\*6.\*\*\*\*\* euros.
- 5) Tendremos un capital de \*\*\*\*4.\*\*\*\*\* euros.

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + e^x - x - \frac{x^2}{2}}{x^3}$

- 1) 1
- 2)  $\frac{1}{6}$
- 3) 0
- 4)  $\infty$
- 5) -1
- 6)  $-\infty$
- 7) -2

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_0^1 ((-2 - t) \cos[2 + t]) dt$

- 1) -9.62158
- 2) -8.78598
- 3) 1.96908
- 4) -0.3528
- 5) -9.59144
- 6) -9.07439

## Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & 1 & 1 & 1 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -2 & 2 & 2 \\ 1 & ? & 0 & 1 \\ 1 & -6 & ? & 3 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & -1 & -2 \\ 0 & 0 & ? & 2 \\ 0 & 2 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & 2 & 1 \\ 3 & ? & 1 & 2 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 3 & 1 \\ -1 & ? & -7 & -4 \\ 3 & -3 & ? & 5 \\ -1 & -1 & 3 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -1 \\ -4 & ? & 1 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 5 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ 2 & ? & -2 & -2 \\ -1 & -2 & ? & 1 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & a \\ -1 & 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \text{ tenga determinante igual a } -12?$$

- 1) 5    2) 4    3) -3    4) -4    5) 3

## Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} -3 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ :

$$v_1 = (3 \ 0 \ -1) \quad v_2 = (-1 \ 0 \ -2) \quad v_3 = (1 \ 0 \ 2) \quad v_4 = (-1 \ -2 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 87

### Ejercicio 1

Disponemos de una cuenta bancaria en la que nos ofrecen un interés compuesto del 3% y en la que inicialmente depositamos 7000 euros. ¿Cuánto tiempo ha de pasar hasta que el capital en la cuenta alcance los 15000 euros?

Atención: Para obtener resultados correctos es preciso trabajar con al menos 5 decimales de precisión.

- 1) Tendrán que transcurrir `**5.*****` años.
- 2) Tendrán que transcurrir `**0.*****` años.
- 3) Tendrán que transcurrir `**4.*****` años.
- 4) Tendrán que transcurrir `**1.*****` años.
- 5) Tendrán que transcurrir `**6.*****` años.

### Ejercicio 2

Obtener la derivada de la función  $f(t) = 2e^t - t^3 \sin(t)$  y calcular su valor en el punto  $t=0$ .

- 1)  $f'(0) = 2$
- 2)  $f'(0) = -3$
- 3)  $f'(0) = -2$
- 4)  $f'(0) = 4$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-a}^0 (4 - 7a - 14t + 14at + 21t^2 - 12at^2 - 16t^3) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro  $a$ . Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto  $0$ .

- 1) -15
- 2) 0
- 3) 4
- 4) El resto de las soluciones son incorrectas
- 5) 6
- 6) 13

## Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & -3 & -2 \\ 3 & 2 & 5 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & -9 & 9 & -14 \\ 10 & ? & 7 & -11 \\ 9 & -6 & ? & -10 \\ -15 & 11 & -11 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -7 & -2 & 2 \\ -3 & ? & 2 & -1 \\ -2 & 3 & ? & -1 \\ -1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -2 & -2 & 1 \\ 0 & ? & 1 & -1 \\ -2 & 0 & ? & -1 \\ 1 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & -3 \\ 0 & ? & 1 & 1 \\ 3 & 2 & ? & 3 \\ 1 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 1 & ? & -2 & -2 \\ 0 & -2 & ? & 1 \\ -2 & 2 & 3 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -2 \\ 0 & ? & 1 & -2 \\ -1 & 1 & ? & 1 \\ -1 & 2 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 3 & 2 \\ -1 & ? & 2 & 1 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ -1 & -1 & 2 & ? \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 5

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left( X + \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & * \\ -2 & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & * \\ 0 & * \end{pmatrix}$$

## Ejercicio 6

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 4 + 2\alpha & 1 + \alpha \\ -4 - 4\alpha & -2\alpha \end{pmatrix}$ ?

$$1) \alpha = -1 \quad 2) \alpha = 3 \quad 3) \alpha = 1 \quad 4) \alpha = -2 \quad 5) \alpha = -4$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 88

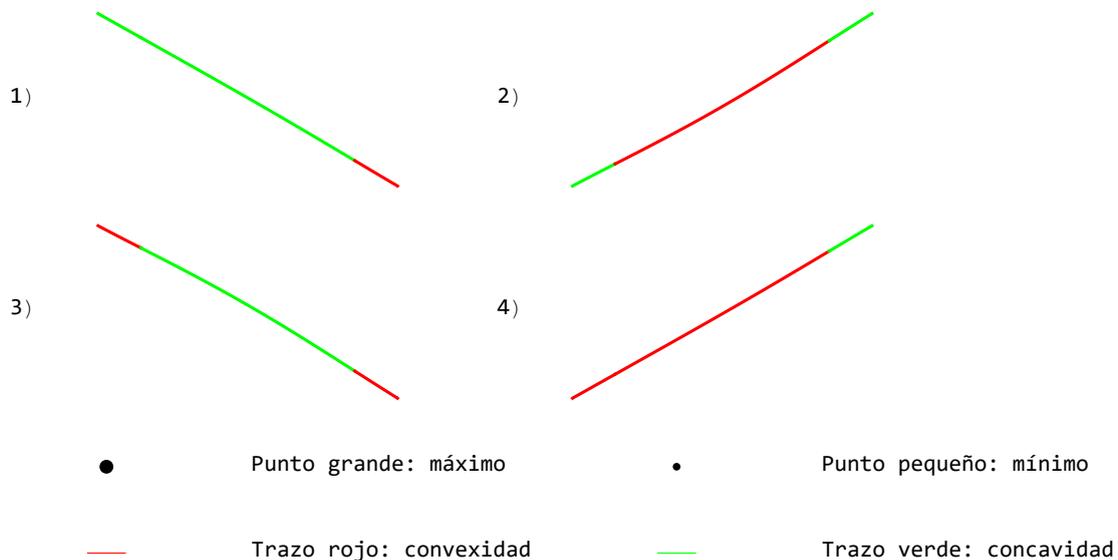
### Ejercicio 1

Estudiar la continuidad de la función  $f(x) = \begin{cases} -e^{x+1} - 3 \sin(x+1) & x \leq -1 \\ 2x + 2 & -1 < x < 0 \\ 2 \cos(x) - \sin(x) & 0 \leq x \end{cases}$

- 1) Es continua en todos los puntos.
- 2) No es continua en ningún punto.
- 3) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = -1$ .
- 4) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = 0$ .
- 5) Es continua en todos los puntos excepto en  $x = -1$  y  $x = 0$ .

### Ejercicio 2

Estudiar las propiedades de forma de  $f(x) = 1 + 24x^2 + 16x^3 + 5x^4 + \frac{3x^5}{5}$  para decidir cuál de las siguientes es la gráfica de dicha función.



Indicación: Para resolver este ejercicio es preciso determinar los intervalos de concavidad y convexidad de la función. Para encontrar los puntos de inflexión de la función que separan los intervalos de concavidad y convexidad, probar con los puntos  $-2, -1, 0, 1, 2$ .

### Ejercicio 3

El valor de cierto paquete de acciones oscila a lo largo del año. La siguiente función proporciona el valor de la acción en cada mes  $t$ :

$$V(t) = 2t + 2t^2 + 3t^3 + 2t^4 \text{ euros.}$$

Calcular el valor medio que tendrá la acción a lo largo de los 8 primeros meses del año (entre  $t=0$  y  $t=8$ ).

- 1)  $\frac{31096}{15}$  euros = 2073.0667 euros
- 2)  $\frac{3699}{160}$  euros = 23.1188 euros
- 3)  $\frac{169}{480}$  euros = 0.3521 euros
- 4)  $\frac{64}{15}$  euros = 4.2667 euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(3 \ -5 \ 5 \ -7)$  es combinación lineal de la uplas  $(0 \ 2 \ -2 \ 1)$ ,  $(-1 \ 1 \ -1 \ 2)$ ,  $(-1 \ -1 \ -2 \ -1)$ ,

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	13K	18K	8K	5K
harinas vegetales	1K	2K	5K	0K
harinas de pescado	5K	7K	3K	2K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
107K	31K	41K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 10.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=4, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=2, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 3 \ -2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=4$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 0 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 1 \ 0)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 3 \ -2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-5$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 1 \ -1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 89

### Ejercicio 1

El balance en cierta cuenta de inversión varía de un año a otro alternando períodos de pérdidas con otros de ganancias. Tenemos los siguientes datos sobre la liquidez en la cuenta en diferentes años:

año	fondos
1	3
3	21
5	55

Utilizar un polinomio de interpolación para reconstruir la función que proporciona los fondos en la cuenta en cada año  $t$ . Emplear dicha función para pronosticar la cantidad disponible en el año 6.

- 1) Los fondos en la cuenta el año 6 son 1.
- 2) Los fondos en la cuenta el año 6 son -2.
- 3) Los fondos en la cuenta el año 6 son 105.
- 4) Los fondos en la cuenta el año 6 son 78.
- 5) Los fondos en la cuenta el año 6 son 19.

### Ejercicio 2

Entre los meses  $t=3$  y  $t=10$ , los fondos en cierta cuenta (en millones de euros) vienen dados por la función  $F(t) = -15 + 120t - 27t^2 + 2t^3$ .

¿Entre qué valores oscilan los fondos entre los meses  $t=3$  y  $t=6$ .

- 1) Oscila entre 152 y 163.
- 2) Oscila entre 160 y 161.
- 3) Oscila entre 156 y 485.
- 4) Oscila entre 156 y 165.
- 5) Oscila entre 149 y 171.

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_4^7 \left( \frac{256}{(4+4t)^3} \right) dt$

- 1) -444 288.
- 2) -4.44739
- 3) -3.70885
- 4) -3.37318
- 5) 0.04875
- 6) -4.30482

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-2 \ 0 \ 0 \ -1)$ ,  $(2 \ 1 \ -1 \ -1)$ ,  $(2 \ 1 \ 1 \ 0)$ ,  $(-4 \ -1 \ -1 \ -1)$ ,

son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$5x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 3x_5 = -2$$

$$-2x_1 + x_2 + 7x_3 - 4x_4 - 3x_5 = 2$$

$$3x_1 - x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 0$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 3 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -28 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 19 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ -10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -10 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -7 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} -3 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 7 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 4 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -11 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 3 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -10 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 19 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (-3 \ 1) \rangle$

■  $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-4 \ 1) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 12 & -4 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} 3 & 12 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 90

### Ejercicio 1

Se realiza un estudio para analizar la población de cierto tipo de roedores en una comarca entre los años  $t=3$  y  $t=10$ . En ese período la población viene dada por la función  $P(t) = 6 + 480t - 78t^2 + 4t^3$  (en miles de roedores). Determinar durante qué años el número de miles de roedores se sitúa entre 916 y 942.

- 1) Durante los intervalos de años:  $[3., 4.]$  y  $[6., 8.]$ .
- 2) Durante los intervalos de años:  $[3.7015, 8.]$  y  $[9., 10.4268]$ .
- 3) Durante los intervalos de años:  $[3.68826, 4.18826]$ ,  $[6, 7]$  y  $[8.81174, 9.31174]$ .
- 4) Durante el intervalo de años:  $[6.20057, 9.]$ .
- 5) Durante los intervalos de años:  $[3, 3.68826]$ ,  $[4.18826, 6]$ ,  $[7, 8.81174]$  y  $[9.31174, 10]$ .
- 6) Durante los intervalos de años:  $[7.12197, 8.02478]$  y  $[9., 10.]$ .
- 7) Durante el intervalo de años:  $[7., 8.]$ .
- 8) Durante el intervalo de años:  $[7., 9.33362]$ .

### Ejercicio 2

El rendimiento de una determinada plantación de árboles viene dado por  $f(x) = \frac{-25 + 25x + 12x^2}{32x^9}$ , donde  $x$  es la distancia en metros entre los distintos árboles.

¿A qué distancia se deben plantar unos árboles de otros para conseguir una mayor producción?

- 1)  $\frac{37}{7}$
- 2)  $\frac{2}{13}$
- 3)  $\frac{5}{6}$
- 4)  $\frac{19}{3}$
- 5)  $\frac{3}{10}$

### Ejercicio 3

Cierta cuenta tiene interés variable compuesto continuamente.

El interés que ofrece la cuenta cada año viene dado por la función

$$I(t) = \left(\frac{1}{100}(-2 + 8t)\right) \cos(9t) \text{ expresado en tanto por 1.}$$

Inicialmente invertimos en dicha cuenta un capital de

5000 euros. Calcular el capital que tendremos pasados  $2\pi$  años.

- 1) 4970 euros
- 2) 4940 euros
- 3) 5000 euros
- 4) 5060 euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(4 \ 9 \ -9 \ 2)$  es combinación lineal de la uplas

$(-2 \ -1 \ 0 \ -2)$ ,  $(-4 \ -2 \ 0 \ -4)$ ,  $(-4 \ -2 \ 2 \ -3)$ ,  $(-2 \ -1 \ 2 \ -1)$ ,

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina

en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en

la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	4K	5K	5K
Pienso marca 2	2K	2K	1K
Pienso marca 3	3K	4K	4K
Pienso marca 4	4K	3K	1K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación

semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
45K	47K	37K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar

esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por diferentes

cuestiones, deseamos que el número de sacos del pienso 2 sea igual a 0.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=3, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=2, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=3, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -2 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -1$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -3 \ -1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 1 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -2$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 3 \ 1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -4$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 1 \ -1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = 1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1 \ 0)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 91

### Ejercicio 1

Cierta firma vende  $Q$  toneladas de un producto. El precio de venta por tonelada de producto viene determinado por la fórmula  $P=150000-17Q$ . A su vez, los costes de producción para cada tonelada están dados por la fórmula  $C=130000+20Q$ . Finalmente el transporte hasta el punto de venta de cada tonelada es de 18890. Calcular el máximo beneficio que puede obtenerse por la venta del producto.

- 1) Beneficio = 8270 .
- 2) Beneficio = 11389 .
- 3) Beneficio = 8325 .
- 4) Beneficio = 3583 .
- 5) Beneficio = 5269 .

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3 + 10x + 12x^2 + 6x^3 + x^4}{-2 - 3x + x^3}$

- 1)  $-\infty$
- 2)  $0$
- 3)  $\infty$
- 4)  $-\frac{2}{3}$
- 5)  $-1$
- 6)  $1$
- 7)  $-\frac{1}{3}$

### Ejercicio 3

Cierta cuenta tiene interés variable compuesto continuamente.

El interés que ofrece la cuenta cada año viene dado por la función

$$I(t) = \frac{e^{-3+t}}{15} \text{ expresado en tanto por 1.}$$

Inicialmente invertimos en dicha cuenta un capital de

9000 euros. Calcular el capital que tendremos pasados 3 años.

- 1) 9678.5733 euros
- 2) 9648.5733 euros
- 3) 9588.5733 euros
- 4) 9639.8076 euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(0 \ -6 \ 5 \ 8)$  es combinación lineal de la uplas

$(0 \ -2 \ 1 \ 2)$ ,  $(-2 \ 4 \ -4 \ 4)$ ,  $(0 \ -2 \ 0 \ 1)$ ,  $(-1 \ 2 \ -2 \ 2)$ ,

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left( X + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -6 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} * & -2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & 1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & 2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & * & 2 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

### Ejercicio 6

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 1-2\alpha & \alpha \\ -4\alpha & 1+2\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=0$
- 2)  $\alpha=-1$
- 3)  $\alpha=2$
- 4)  $\alpha=4$
- 5)  $\alpha=1$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 92

### Ejercicio 1

La población de cierto país (en millones de habitantes) viene dada por la función  $P(t) =$

$$16 \left( \frac{-3 - 2t - 7t^2 + 9t^3}{6 + t - 4t^2 + 9t^3} \right)^{4+8t}. \text{ Determinar la tendencia de futuro para esta población.}$$

- 1)  $\emptyset$
- 2)  $\frac{16}{e^5}$
- 3)  $\infty$
- 4)  $\frac{16}{e^{667/250}}$
- 5) 16
- 6)  $\frac{16}{e^{8/3}}$
- 7)  $-\infty$

### Ejercicio 2

Estudiar la derivabilidad de la función  $f(x) =$

$$\begin{cases} -2 \sin(2-x) - \cos(2-x) + 2 & x \leq 2 \\ (x-2)(\sin(2)-1) + \cos(2-x) & 2 < x < 4 \\ -e^{x-4} + 2 \cos(4-x) - 3 + 2 \sin(2) + \cos(2) & 4 \leq x \end{cases}$$

- 1) Es derivable en todos los puntos.
- 2) No es derivable en ningún punto.
- 3) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x=2$ .
- 4) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x=4$ .
- 5) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x=2$  y  $x=4$ .

### Ejercicio 3

El saldo en la cuenta de cierto gran fondo de inversión varía de una año a otro estando la velocidad de variación determinada por la función

$$v(t) = (1 + 2t + 2t^2) \log(2t) \text{ millones de euros/año.}$$

Si en el año  $t=1$  el capital del fondo de inversión era de 60 millones de euros, calcular los fondos disponibles pasados (con respecto a  $t=1$ ) 2 años.

- 1)  $\frac{148}{9} - \frac{8 \operatorname{Log}[2]}{3} + \frac{340 \operatorname{Log}[10]}{3}$  millones de euros = 275.5557 millones de euros
- 2)  $\frac{71}{2} - \frac{8 \operatorname{Log}[2]}{3} + \frac{188 \operatorname{Log}[8]}{3}$  millones de euros = 163.9633 millones de euros
- 3)  $\frac{1154}{9} - \frac{8 \operatorname{Log}[2]}{3} + 30 \operatorname{Log}[6]$  millones de euros = 180.1266 millones de euros
- 4)  $\frac{434}{9} - \frac{8 \operatorname{Log}[2]}{3} + 30 \operatorname{Log}[6]$  millones de euros = 100.1266 millones de euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(4 \ -4 \ -3 \ -5)$  es combinación lineal de la uplas

$(0 \ -2 \ -2 \ 2)$ ,  $(2 \ -1 \ 2 \ -1)$ ,  $(0 \ 0 \ 1 \ 1)$ ,  $(-2 \ -1 \ -4 \ 3)$ ,

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

Determinar los valores del parámetro,  $m$ , para los que el sistema lineal

$$-2x - 2y + z = 0$$

$$x + y = -1$$

$$-mx - 2y + z = -2 + m$$

tiene solución única. Para esa solución, calcular el valor de la variable  $y$

- 1)  $y = -8$ .
- 2)  $y = 0$ .
- 3)  $y = -7$ .
- 4)  $y = 5$ .
- 5)  $y = -5$ .

## Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 2.231 % en el primer curso y 97.769 % en el segundo curso.
- 2) 10.718 % en el primer curso y 89.282 % en el segundo curso.
- 3) 0 % en el primer curso y 100. % en el segundo curso.
- 4) 26.336 % en el primer curso y 73.664 % en el segundo curso.
- 5) 11.321 % en el primer curso y 88.679 % en el segundo curso.
- 6) 23.562 % en el primer curso y 76.438 % en el segundo curso.
- 7) 12.683 % en el primer curso y 87.317 % en el segundo curso.
- 8) 18.1818 % en el primer curso y 81.8182 % en el segundo curso.

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 93

### Ejercicio 1

A partir de un capital inicial de 6000, el interés en cierta cuenta varía de un año a otro de modo que el capital viene dado por la función  $C(t) =$

$$6000 \left( \frac{9 + 3t + 4t^2 - 4t^3}{5 - 4t - 8t^2 - 4t^3} \right)^{4+5t}. \text{ Determinar la tendencia de futuro calculando el}$$

capital que podemos esperar en la cuenta pasado un gran número de años.

- 1)  $\emptyset$
- 2)  $\infty$
- 3)  $-\infty$
- 4)  $\frac{6000}{e^5}$
- 5)  $\frac{6000}{e^4}$
- 6)  $\frac{6000}{e^{15}}$
- 7) 6000

### Ejercicio 2

Estudiar la derivabilidad de la función  $f(x) = \begin{cases} 2 \cos(x+1) & x \leq -1 \\ \frac{1}{6}((x-4)x+13) & -1 < x < 2 \\ e^{x-2} - 3 \cos(2-x) + \frac{7}{2} & 2 \leq x \end{cases}$

- 1) Es derivable en todos los puntos.
- 2) No es derivable en ningún punto.
- 3) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = -1$ .
- 4) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = 2$ .
- 5) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = -1$  y  $x = 2$ .

### Ejercicio 3

Cierta cuenta tiene interés variable compuesto continuamente.

El interés que ofrece la cuenta cada año viene dado por la función

$$I(t) = \left(\frac{1}{100} (2 + 2t)\right) \log(4t) \text{ expresado en tanto por 1.}$$

En el año  $t=1$  invertimos en dicha cuenta un capital de 4000

euros. Calcular el capital almacenado en la cuenta pasados (con respecto a  $t=1$ ) 5 años.

- 1) 13448.8833 euros
- 2) 13418.8833 euros
- 3) 13398.8833 euros
- 4) 13468.8833 euros

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(-6 \ -1 \ 1 \ 8)$  es combinación lineal de la uplas

$(2 \ -2 \ 2 \ 2)$ ,  $(0 \ -3 \ 2 \ 2)$ ,  $(2 \ 1 \ 0 \ 0)$ ,

- 1) Si
- 2) No

### Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	3K	7K	2K
Pienso marca 2	5K	12K	3K
Pienso marca 3	4K	7K	0K
Pienso marca 4	1K	3K	1K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
52K	113K	21K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 15.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=3
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=3, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 12 & 8 & 4 \\ -10 & -6 & -4 \\ -9 & -7 & -2 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 1 \ 2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-5$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 1 \ 1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=4$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -1 \ 1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1 \ 2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 2 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 94

### Ejercicio 1

La población de cierto país (en millones de habitantes) viene dada por la función  $P(t) =$

$$9 \left( \frac{6 - 9t + 6t^2 + 6t^3}{-9 + 9t + 4t^2 + 6t^3} \right)^{-9+9t}. \text{ Determinar la tendencia de futuro para esta población.}$$

- 1) 9
- 2)  $-\infty$
- 3)  $\frac{9}{e^5}$
- 4) 0
- 5)  $\infty$
- 6)  $9e^3$
- 7)  $9e^{1499/500}$

### Ejercicio 2

Estudiar la derivabilidad de la función  $f(x) = \begin{cases} -\sin(x+1) - \cos(x+1) + 2 & x \leq -1 \\ \frac{1}{2}(x^2+1) & -1 < x < 0 \\ x + \frac{1}{2} & 0 \leq x \end{cases}$

- 1) Es derivable en todos los puntos.
- 2) No es derivable en ningún punto.
- 3) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = -1$ .
- 4) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = 0$ .
- 5) Es derivable en todos los puntos excepto en  $x = -1$  y  $x = 0$ .

### Ejercicio 3

El saldo en la cuenta de cierto gran fondo de inversión varía de una año a otro estando la velocidad de variación determinada por la función

$$v(t) = (3 + 3t) \log(4t) \text{ millones de euros/año.}$$

Si en el año  $t=1$  el capital del fondo de inversión era de 70 millones de euros, calcular los fondos disponibles pasados (con respecto a  $t=1$ ) 2 años.

$$1) \quad 40 - \frac{9 \operatorname{Log}[4]}{2} + \frac{105 \operatorname{Log}[20]}{2} \text{ millones de euros} = 191.0376 \text{ millones de euros}$$

$$2) \quad 48 - \frac{9 \operatorname{Log}[4]}{2} + \frac{45 \operatorname{Log}[12]}{2} \text{ millones de euros} = 97.6721 \text{ millones de euros}$$

$$3) \quad \frac{199}{4} - \frac{9 \operatorname{Log}[4]}{2} + 36 \operatorname{Log}[16] \text{ millones de euros} = 143.3249 \text{ millones de euros}$$

$$4) \quad 58 - \frac{9 \operatorname{Log}[4]}{2} + \frac{45 \operatorname{Log}[12]}{2} \text{ millones de euros} = 107.6721 \text{ millones de euros}$$

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(7 \ 0 \ 7 \ -9)$  es combinación lineal de la uplas

$$(1 \ 0 \ 1 \ -1), \quad (-2 \ 0 \ -1 \ -2), \quad (-4 \ 0 \ -2 \ -4) \\ , \quad (-1 \ 0 \ 0 \ -1), \quad (-3 \ 0 \ -2 \ -1), \quad (-3 \ 0 \ -1 \ -3),$$

- 1) Si      2) No

### Ejercicio 5

Determinar los valores del parámetro,  $m$ , para los que el sistema lineal

$$-2x - y = 3$$

$$(2 + m)x + y - z = -2 - 2m$$

$$-2x - y + z = 2$$

tiene solución única. Para esa solución, calcular el valor de la variable  $z$

$$1) \quad z = -1.$$

$$2) \quad z = -4.$$

$$3) \quad z = -3.$$

$$4) \quad z = -7.$$

$$5) \quad z = -2.$$

## Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.  
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 30.678 % en el primer curso y 69.322 % en el segundo curso.
- 2) 35.256 % en el primer curso y 64.744 % en el segundo curso.
- 3) 25.366 % en el primer curso y 74.634 % en el segundo curso.
- 4) 69.4987 % en el primer curso y 30.5013 % en el segundo curso.
- 5) 36.334 % en el primer curso y 63.666 % en el segundo curso.
- 6) 35.673 % en el primer curso y 64.327 % en el segundo curso.
- 7) 15.158 % en el primer curso y 84.842 % en el segundo curso.
- 8) 37.009 % en el primer curso y 62.991 % en el segundo curso.

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 95

### Ejercicio 1

La población de cierta region turística crece de forma exponencial según la función  $P(t) = 60000 e^{t/50}$

que indica el número de ciudadanos residentes en cada año  $t$ . Al mismo tiempo, dependiendo de cada estación la ciudad recibe también un número variable de turistas que está

determinado por la función trigonométrica  $I(t) = 2000 + 1000 \sin\left[\frac{t}{2\pi}\right]$

que proporciona la cantidad de visitantes inmigrantes en cada momento  $t$  ( $t$  en años).

Determinar cuántos años deben transcurrir hasta que se alcancen los 101000 habitantes (la solución la podemos encontrar para  $t$  entre 23 y 28).

- 1)  $t = **.\theta****$
- 2)  $t = **.\mathbf{2}****$
- 3)  $t = **.\mathbf{4}****$
- 4)  $t = **.\mathbf{6}****$
- 5)  $t = **.\mathbf{8}****$

### Ejercicio 2

El dueño de una piscifactoría ha determinado que si compra  $x$  peces

(en millares), entonces, al cabo de un mes tendrá  $f(x) = \frac{27x}{3 + 21x}$  peces.

¿Qué número de peces debe comprar para conseguir que la ganancia,  $f(x) - x$ , sea máxima?

- 1)  $\frac{21}{13}$
- 2)  $\frac{7}{3}$
- 3)  $\frac{37}{17}$
- 4)  $\frac{19}{5}$
- 5)  $\frac{2}{7}$

### Ejercicio 3

El saldo en la cuenta de cierto gran fondo de inversión varía de una año a otro estando la velocidad de variación determinada por la función

$$v(t) = (1 + 4t + t^2) \log(4t) \text{ millones de euros/año.}$$

Si en el año  $t=1$  el capital del fondo de inversión era de 50 millones de euros, calcular los fondos disponibles pasados (con respecto a  $t=1$ ) 4 años.

$$1) \quad -\frac{125}{9} - \frac{10 \log[4]}{3} + 150 \log[24] \text{ millones de euros} = 458.1982 \text{ millones de euros}$$

$$2) \quad \frac{74}{9} - \frac{10 \log[4]}{3} + \frac{290 \log[20]}{3} \text{ millones de euros} = 293.1887 \text{ millones de euros}$$

$$3) \quad -\frac{106}{9} - \frac{10 \log[4]}{3} + \frac{290 \log[20]}{3} \text{ millones de euros} = 273.1887 \text{ millones de euros}$$

$$4) \quad 25 - \frac{10 \log[4]}{3} + \frac{172 \log[16]}{3} \text{ millones de euros} = 179.3408 \text{ millones de euros}$$

### Ejercicio 4

Comprobar si la upla  $(-4 \ -3 \ 4 \ 5)$  es combinación lineal de la uplas

$(0 \ -1 \ 0 \ -1)$ ,  $(-3 \ 0 \ -3 \ -3)$ ,  $(-1 \ 2 \ -2 \ -2)$ ,  $(2 \ 2 \ 1 \ 1)$ ,

- 1) Si      2) No

### Ejercicio 5

Determinar los valores del parámetro,  $m$ , para los que el sistema lineal

$$(2 + m)x + y + 3z = 2$$

$$x + y + 3z = 2$$

$$x + z = 1$$

tiene solución única.

- 1) Tenemos solución única para  $m \geq -3$ .
- 2) Tenemos solución única para  $m \geq -3$ .
- 3) Tenemos solución única para  $m \geq 1$ .
- 4) Tenemos solución única para  $m \neq -4$ .
- 5) Tenemos solución única para  $m \neq 0$ .

## Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.  
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 60% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 29.806 % en el primer curso y 70.194 % en el segundo curso.
- 2) 51.7745 % en el primer curso y 48.2255 % en el segundo curso.
- 3) 27.2727 % en el primer curso y 72.7273 % en el segundo curso.
- 4) 14.965 % en el primer curso y 85.035 % en el segundo curso.
- 5) 0.181 % en el primer curso y 99.819 % en el segundo curso.
- 6) 10.564 % en el primer curso y 89.436 % en el segundo curso.
- 7) 24.024 % en el primer curso y 75.976 % en el segundo curso.
- 8) 33.512 % en el primer curso y 66.488 % en el segundo curso.

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 96

### Ejercicio 1

Cierta institución pública alterna períodos de superávit con otros de endeudamiento. Tenemos los siguientes datos sobre las cuentas de esta institución (en millones de euros):

año	fondos
1	2
4	26
7	86

Utilizar un polinomio de interpolación para reconstruir la función que proporciona el balance de cuentas en cada año  $t$ . Sabemos que la legislación obliga a que los fondos de la institución se sitúen entre 6 y 14. Determinar (utilizando la función reconstruida mediante el polinomio de interpolación) durante qué años se cumple la normativa exigida dentro del período en que disponemos de datos (es decir desde  $t=1$  hasta  $t=7$ ).

- 1) Se alcanzarán en el intervalo  $[-2, 7]$ .
- 2) Se cumplirá en los intervalos:  $[-2, -1]$  y  $[3, 7]$ .
- 3) Se alcanzarán en el intervalo  $[-2, 0]$ .
- 4) Se alcanzarán en el intervalo  $[0, 2]$ .
- 5) Se alcanzarán en el intervalo  $[2, 3]$ .
- 6) Se alcanzarán en el intervalo  $[-2, 2]$ .
- 7) Se alcanzarán en el intervalo  $[-2, -1]$ .
- 8) Se alcanzarán en el intervalo  $[2, 7]$ .

### Ejercicio 2

El dueño de una piscifactoría ha determinado que si compra  $x$  peces

(en millares), entonces, al cabo de un mes tendrá  $f(x) = \frac{9x}{1+36x}$  peces.

¿Qué número de peces debe comprar para conseguir que la ganancia,  $f(x) - x$ , sea máxima?

- 1)  $\frac{1}{18}$
- 2)  $\frac{11}{3}$
- 3)  $\frac{11}{10}$
- 4)  $\frac{17}{4}$
- 5)  $\frac{22}{17}$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_{-8}^{-2} \left(-\frac{3}{5-3t}\right) dt$

- 1) -2.83595
- 2) -2.73679
- 3) -3.25761
- 4) -3.61484
- 5) -4.32045
- 6) -0.969401

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(2 \ 2 \ 2 \ 1)$ ,  $(1 \ 2 \ -1 \ -2)$ ,  $(-4 \ 2 \ 4 \ -2)$ ,  $(-4 \ -1 \ 0 \ -2)$ ,  $(-2 \ 1 \ 2 \ -1)$ ,

son independientes?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4
- 5) 5

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$5x_1 - 7x_2 - 3x_3 - x_4 - 3x_5 = 2$$

$$-2x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 5x_4 + x_5 = -9$$

$$8x_1 - 11x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 5x_5 = -5$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ -39 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -37 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -21 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} -57 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -54 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -32 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ 5 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -9 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -55 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -25 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = 0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (8 \ -3), (-5 \ 2) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 97

### Ejercicio 1

Estudiar la continuidad de la función  $f(x) = \begin{cases} 2e^{x-2} + \sin(2-x) & x \leq 2 \\ \frac{16}{3} - \frac{5x}{3} & 2 < x < 5 \\ -e^{x-5} - 2\sin(5-x) & 5 \leq x \end{cases}$

- 1) Es continua en todos los puntos.
- 2) No es continua en ningún punto.
- 3) Es continua en todos los puntos excepto en  $x=2$ .
- 4) Es continua en todos los puntos excepto en  $x=5$ .
- 5) Es continua en todos los puntos excepto en  $x=2$  y  $x=5$ .

### Ejercicio 2

El rendimiento de una determinada plantación de árboles viene dado por  $f(x) = \frac{-22 + 20x + 34x^2}{28x^8}$ , donde  $x$  es la distancia en metros entre los distintos árboles.

¿A qué distancia se deben plantar unos árboles de otros para conseguir una mayor producción?

- 1)  $\frac{15}{17}$
- 2) 12
- 3)  $\frac{11}{17}$
- 4)  $\frac{4}{3}$
- 5)  $\frac{39}{19}$

### Ejercicio 3

Calcular el área encerrada por la función  $f(x) = -18 + 2x^2$  y el eje horizontal entre los puntos  $x = -2$  y  $x = 2$ .

$$1) \frac{205}{3} = 68.3333$$

$$2) \frac{202}{3} = 67.3333$$

$$3) \frac{199}{3} = 66.3333$$

$$4) \frac{184}{3} = 61.3333$$

$$5) \frac{395}{6} = 65.8333$$

$$6) \frac{190}{3} = 63.3333$$

$$7) \frac{193}{3} = 64.3333$$

$$8) \frac{383}{6} = 63.8333$$

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-2 \ 2 \ -2 \ 0 \ -1)$ ,  $(0 \ 0 \ -2 \ -1 \ 1)$ ,  $(1 \ 2 \ 1 \ 1 \ 1)$ ,  $(0 \ 2 \ -1 \ 2 \ 1)$ ,  $(2 \ 2 \ 1 \ 2 \ -1)$ ,

son independientes?

1) 1    2) 2    3) 3    4) 4    5) 5

## Ejercicio 5

Encontrar la solución del sistema

$$-8x_1 + 2x_3 - 3x_5 = -5$$

$$-3x_1 + 5x_2 - 5x_3 + 4x_4 + 11x_5 = 0$$

$$3x_1 - 5x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 6x_5 = -5$$

$$x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 + 4x_5 = 5$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las

primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver

por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda)

. Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 1 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 35 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -30 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} 6 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} 3 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 17 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -31 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 37 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 18 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 26 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

## Ejercicio 6

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = 0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (2 \ 3) \rangle$

■  $\lambda_2 = 1$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-1 \ -1) \rangle$

$$1) \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 98

### Ejercicio 1

Cierta firma vende  $Q$  toneladas de un producto. El precio de venta por tonelada de producto viene determinado por la fórmula  $P=15000-8Q$ . A su vez, los costes de producción para cada tonelada están dados por la fórmula  $C=1000+Q$ . Finalmente el transporte hasta el punto de venta de cada tonelada es de 13352. Calcular el máximo beneficio que puede obtenerse por la venta del producto.

- 1) Beneficio = 5725 .
- 2) Beneficio = 11 664 .
- 3) Beneficio = 7235 .
- 4) Beneficio = 5295 .
- 5) Beneficio = 14 090 .

### Ejercicio 2

Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2 + x + x^2}{3 - 4x + x^2}$

- 1) -2
- 2)  $-\frac{3}{2}$
- 3)  $-\infty$
- 4) 0
- 5)  $\infty$
- 6) -1
- 7) 1

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_0^1 (-3 \cos [2 - 2t]) dt$

- 1) -6.5326
- 2) -3.
- 3) -4.72473
- 4) -1.36395
- 5) 0.
- 6) -4.88895

## Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} -2 & 3 & -1 & 2 \\ -5 & 6 & -2 & 3 \\ 2 & -2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

$$\begin{array}{l}
 1) \begin{pmatrix} ? & -4 & -2 & 0 \\ 0 & ? & -3 & -1 \\ 2 & -7 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 4 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ -1 & ? & 1 & -1 \\ 0 & 1 & ? & 1 \\ 2 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -3 & 1 & 0 \\ 1 & ? & 0 & 1 \\ -3 & -3 & ? & 0 \\ 3 & 2 & -2 & ? \end{pmatrix} \quad 4) \\
 \begin{pmatrix} ? & -3 & 2 & -7 \\ -1 & ? & -1 & 5 \\ 0 & 0 & ? & -2 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -3 & 3 & -5 \\ -3 & ? & 3 & -5 \\ -1 & 0 & ? & -1 \\ 1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & -5 \\ 2 & ? & 0 & 9 \\ 1 & 2 & ? & 6 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & 0 \\ -10 & ? & -3 & 5 \\ -6 & 5 & ? & 3 \\ -8 & 7 & -3 & ? \end{pmatrix}
 \end{array}$$

## Ejercicio 5

¿Qué valor debe tener el parámetro  $a$  para que la matriz

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 3 \\ a & -1 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

tenga determinante igual a  $-6$ ?

- 1)  $-3$    2)  $5$    3)  $4$    4)  $-4$    5)  $-2$

## Ejercicio 6

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} 11 & 9 & 3 \\ -9 & -7 & -3 \\ -9 & -9 & -1 \end{pmatrix}$ :

$$v_1 = (0 \ 1 \ -3) \quad v_2 = (3 \ -2 \ -3) \quad v_3 = (-1 \ 1 \ 0) \quad v_4 = (-3 \ 2 \ 3) .$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$    2) Solamente  $v_2$    3) Solamente  $v_3$    4) Solamente  $v_4$    5) Todos   6) Ninguno

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 99

### Ejercicio 1

Se realiza un estudio para analizar la población de cierto tipo de roedores en una comarca entre los años  $t=3$  y  $t=8$ . En ese período la población viene dada por la función  $P(t) = 1 + 504t - 78t^2 + 4t^3$  (en miles de roedores). Determinar durante qué años el número de miles de roedores se sitúa entre 1071 y 1081.

- 1) Durante el intervalo de años:  $[ 5.5746, 7. ]$  .
- 2) Durante el intervalo de años:  $[ 7.70334, 8.12185 ]$  .
- 3) Durante los intervalos de años:  $[ 3.27775, 4. ]$  y  $[ 6. , 8.41914 ]$  .
- 4) Durante el intervalo de años:  $[ 5, 7.5 ]$  .
- 5) Durante los intervalos de años:  $[ 3.79205, 4.7068 ]$  y  $[ 5. , 7.3841 ]$  .
- 6) Durante los intervalos de años:  $[ 3, 5 ]$  ,  $[ 6, 6 ]$  y  $[ 7.5, 8 ]$  .
- 7) Durante el intervalo de años:  $[ 3. , 4. ]$  .
- 8) Durante el intervalo de años:  $[ 6.77929, 8. ]$  .

### Ejercicio 2

El rendimiento de una determinada plantación de árboles viene dado por  $f(x) = \frac{-44 + 26x + 36x^2}{38x^2}$ , donde  $x$  es la distancia en metros entre los distintos árboles.

¿A qué distancia se deben plantar unos árboles de otros para conseguir una mayor producción?

- 1)  $\frac{1}{2}$
- 2)  $\frac{44}{13}$
- 3)  $\frac{10}{17}$
- 4)  $\frac{10}{3}$
- 5)  $\frac{32}{13}$

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_2^3 \left( \frac{-3 + 3t + 4at}{-t + t^2} \right) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro a. Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto 0.

- 1) 1.77749
- 2) El resto de las soluciones son incorrectas
- 3) 2.07509
- 4) 2.21239
- 5) 2.68119
- 6) 2.68019

### Ejercicio 4

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ 0 \ -2 \ 0)$ ,  $(1 \ -1 \ -2 \ -1)$ ,  $(1 \ -1 \ -1 \ -1)$ ,

son independientes?

- 1) 1    2) 2    3) 3

### Ejercicio 5

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	7K	15K	12K
Pienso marca 2	0K	1K	1K
Pienso marca 3	1K	1K	1K
Pienso marca 4	5K	11K	9K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
29K	62K	51K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 10.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=3, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

## Ejercicio 6

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -5$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = 0$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = 4$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = 0$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda = -1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.) aunque estas no serán independientes con  $(2,1)$ .

## Matemáticas 1 - ADE - 2023/2024

Examen final, convocatoria de julio - examen de prueba, para el número de serie: 100

### Ejercicio 1

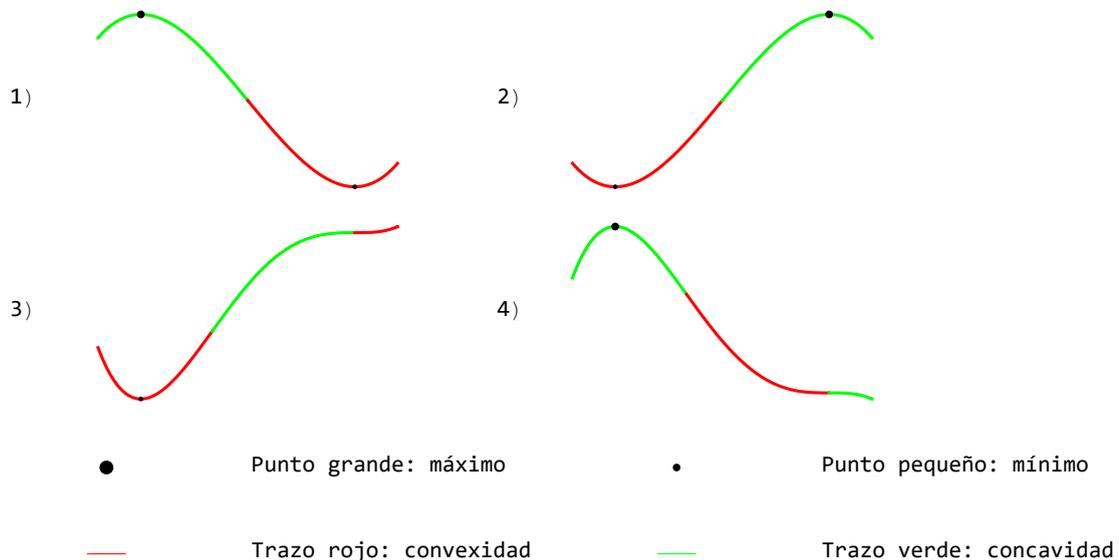
Disponemos de dos cuentas bancarias, una en el banco A y otra en el banco B. En el banco A nos ofrecen un interés compuesto del 6%, mientras que en la del banco B tenemos un interés compuesto del 9%. Inicialmente depositamos 5000 euros en el banco A y 1000 en el B. ¿Cuánto tiempo ha de pasar hasta que el capital en ambas cuentas se iguale?

Atención: Para obtener resultados correctos es preciso trabajar con al menos 5 decimales de precisión.

- 1) Tendrán que transcurrir  $7.*****$  años.
- 2) Tendrán que transcurrir  $9.*****$  años.
- 3) Tendrán que transcurrir  $1.*****$  años.
- 4) Tendrán que transcurrir  $8.*****$  años.
- 5) Tendrán que transcurrir  $0.*****$  años.

### Ejercicio 2

Estudiar las propiedades de forma de  $f(x) = 4 + 3x^2 + 2x^3$  para decidir cuál de las siguientes es la gráfica de dicha función.



Indicación: Para encontrar los máximos y mínimos de la función, probar con los puntos  $-2$ ,  $-1$ ,  $0$ ,  $1$ ,  $2$ . Para resolver este ejercicio es preciso determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

### Ejercicio 3

Calcular  $\int_a^{-3} (-2 + a - 2t - 2at + 3t^2 - 6at^2 + 8t^3) dt$ .

La expresión resultante será una fórmula en la que aparece el parámetro  $a$ . Calcular la derivada de dicha fórmula en el punto  $0$ .

- 1) 51
- 2) 44
- 3) 50
- 4) 34
- 5) 49
- 6) El resto de las soluciones son incorrectas

### Ejercicio 4

Calcular la inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 & 0 \\ -3 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ .

$$1) \begin{pmatrix} ? & -3 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & -2 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ -2 & ? & 1 & 2 \\ 1 & -2 & ? & -2 \\ 2 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -2 & -5 & -1 \\ 7 & ? & -6 & -2 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ -3 & 1 & 3 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ -2 & ? & -1 & 1 \\ 2 & -1 & ? & 0 \\ -3 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 2 & -1 & ? & -1 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 1 \\ 0 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ -1 & ? & 1 & -1 \\ 1 & -2 & ? & 1 \\ -1 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

### Ejercicio 5

Calcular la matriz  $X$  despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left( X - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & 1 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & * \\ -1 & * \end{pmatrix}$$

### Ejercicio 6

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -2-\alpha & 1+\alpha \\ -1-\alpha & \alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=0$
- 2)  $\alpha=2$
- 3)  $\alpha=-1$
- 4)  $\alpha=-3$
- 5)  $\alpha=-2$